

10-11 класс. Вариант 4

Задача 1

Сколько различных решений имеет уравнение

$$((K \vee L) \rightarrow (L \wedge M \wedge N)) = 0,$$

где K, L, M, N – логические переменные? В ответе не нужно перечислять все различные наборы значений K, L, M и N , при которых выполнено данное равенство. В качестве ответа вам нужно указать только количество таких наборов.

Ответ: 10

Решение: перепишем уравнение, используя более простые обозначения операций:

$$((K + L) \rightarrow (L \cdot M \cdot N)) = 0$$

1) из таблицы истинности операции «импликация» (см. первую задачу) следует, что это равенство верно тогда и только тогда, когда одновременно

$$K + L = 1 \text{ и } L \cdot M \cdot N = 0$$

2) из первого уравнения следует, что хотя бы одна из переменных, K или L , равна 1 (или обе вместе); поэтому рассмотрим три случая

3) если $K = 1$ и $L = 0$, то второе равенство выполняется при любых M и N ; поскольку существует 4 комбинации двух логических переменных (00, 01, 10 и 11), имеем 4 разных решения

4) если $K = 1$ и $L = 1$, то второе равенство выполняется при $M \cdot N = 0$; существует 3 таких комбинации (00, 01 и 10), имеем еще 3 решения

5) если $K = 0$, то обязательно $L = 1$ (из первого уравнения); при этом второе равенство выполняется при $M \cdot N = 0$; существует 3 таких комбинации (00, 01 и 10), имеем еще 3 решения

6) всего получаем $4 + 3 + 3 = 10$ решений.

Ответ: 10

Задача 2

Каким свойством(-ами) обладают все элементы приведенного массива, содержащего числа позиционной системы счисления? Ответ обоснуйте.

441 1201 1401 2013 2241 3213 3521

Ответ: Возрастающая последовательность, состоящая из квадратов нечетных чисел (169 289 361 441 529 729 841) записанных в шестеричной системе счисления).

Решение: Исходя из условия задачи, представлены числа позиционной системы счисления и так как в числах нет цифр, превышающих 5, предположим, что числа представлены в шестеричной системе счисления.

Переведем числа из шестеричной системы счисления в десятичную: 169 289 361 441 529 729 841, в десятичной последовательности можно заметить, что все цифры нечетные и являются квадратами 13^2 17^2 19^2 21^2 27^2 29^2 , следовательно, представленный ряд: Возрастающая последовательность, состоящая из квадратов нечетных чисел, записанных в шестеричной системе счисления.

Задача 3

Существует некоторое число, XYZ, в десятичной записи которого любая пара цифр является простым числом. Например, 5979 такое четырехзначное число, так как числа 59, 97 и 79 являются простыми.

- Напишите эффективную программу, позволяющую получить количество способов составления N-значного числа XYZ, при N=18 и N=19;
- Ответьте на вопрос сколько чисел XYZ при N=2.

Входные данные. Входной файл INPUT.TXT содержит одно число N.

Выходные данные. В выходной файл OUTPUT.TXT вывести одно число – количество восемнадцатизначных и девятнадцатизначных чисел XYZ.

Пример.

INPUT.TXT	OUTPUT.TXT
18	119331102
19	316357532

Ответ: 21 и приведённый листинг.

Решение:

Для решения данной задачи воспользуемся приемом динамического программирования.

1. Рассмотрим все двузначные простые числа: 11, 13, 17, 19, 23, 29, 31, 37, 41, 43, 47, 53, 59, 61, 67, 71, 73, 79, 83, 89, 97. Их всего 21 число. Если продолжить цепочку длины 2 дальше, то следующие двузначные простые числа могут начинаться только со цифр 1, 3, 7 и 9. Введем массив a, где элемент $a[i]$ – количество вариантов формирования цепочки простых

двузначных чисел, последняя цифра которого равна i . Для цепочки длиной $N = 2$ зададим начальные данные для a : $a[1] = 5$, $a[3] = 6$, $a[7] = 5$, $a[9] = 5$.

2. Воспользуемся вспомогательным массивом b , где элемент $b[i]$ – количество вариантов формирования цепочки простых двузначных чисел на одну цифру длиннее, последняя цифра которого также равна i .

3. Тогда $b[1] = a[1] + a[3] + a[7]$, $b[3] = a[1] + a[5] + a[7]$, $b[7] = a[1] + a[3] + a[9]$, $b[9] = a[1] + a[7]$.

4. В цикле по k , $k = 3, \dots, N$ вычислим значения $b[1]$, $b[3]$, $b[7]$, $b[9]$ и массиву a присвоим массив b . Ответом задачи будет сумма $a[1] + a[3] + a[7] + a[9]$.

```
program prostoprosto;
var a,b:array[1..9] of longint;
    i,j,n,k:integer;
    s:longint;
begin
    assign(input,'input.txt'); reset(input);
    assign(output,'output.txt'); rewrite(output);
    readln(n);
    FillChar(a,Sizeof(a),0); FillChar(b,Sizeof(b),0);
    s:=0;
{11 13 17 19 23 29 31 37 41 43 47 53 59 61 67 71 73 79 83 89 97}
    a[1]:=5;
    a[3]:=6;
    a[7]:=5;
    a[9]:=5;
    for i:=3 to n do
        begin b[1]:=a[1]+a[3]+a[7];
              b[3]:=a[1]+a[7];
              b[7]:=a[1]+a[3]+a[9];
              b[9]:=a[1]+a[5]+a[7];
              a:=b
        end;
    for i:=1 to 9 do s:=s+a[i];
    writeln(s);
    close(input); close(output);
end.
```

Задача 4

Для проведения геолого-технических мероприятий на фонде скважин предприятия необходимо произвести некоторые измерения. Значения этих измерений передаются в зашифрованном виде. В результате технического

сбоя при передачи полученных измерений, некоторое количество данных не было передано.

Известно, что незашифрованные данные содержат четное количество десятичных цифр и для некоторых данных известны зашифрованные сообщения. Они приведены в таблице.

Незашифрованные данные	Зашифрованное сообщение
544227	7304 3116 2154 2304 7106
881665	2116 3306 2314 3116 2116
294653	2106 6346 2354 2154 2344
563961	6106 3304 6116 3104 7306
394775	3154 2316 6144 2114 2346

Зашифруйте оставшиеся данные: 492749 594083

Ответ обоснуйте.

Ответ: 492749 3306 6116 6106 2154 3304
594083 2144 6346 6344 2114 3306

Решение:

1) Из условия видно, что шифр 6-значного числа представляет 20-ти значное, такое возможно для связки десятичная и двоичная системы счисления, и восьмеричная и двоичная системы счисления, так как в зашифрованном сообщении нет цифр более 7-ми, очевидно восьмеричное представление числа.

2) Представим каждую цифру зашифрованного сообщения в двоичном виде, по 3 бита на цифру (зашифрованного сообщения) - 60 битов на 6 цифр (незашифрованного сообщения).

3) Запишем шифры в двоичном виде:

Код:

```
111011000100 011001001110 010001101100 010011000100 111001000110  
010001001110 011011000110 010011001100 011001001110 010001001110  
010001000110 110011100110 010011101100 010001101100 010011100100  
110001000110 011011000100 110001001110 011001000100 111011000110  
011001101100 010011001110 110001100100 010001001100 010011100110
```

4) Видно, что биты на нечетных позициях, начиная с младшего разряда - лишние, так как они все одинаковые и чередуются.

5) Уберем их, останутся 30 битов для 6 цифр (нешифрованного сообщения).

```
11100 00100 11000 11000 10001 10001
00001 10110 01001 01001 00110 00011
00000 11011 01001 11000 01100 01100
10000 10110 00100 01101 00001 11001
01011 00011 01010 10101 01010 10101
```

6) Так как цифры по условию идут парами, в условии сказано, что их всегда четное количество, разобьем полученный двоичный код по 10 битов на пару цифр

Код:

```
544227    11100 00100 11000 11000 10001 10001
881665    00001 10110 01001 01001 00110 00011
294653    00000 11011 01001 11000 01100 01100
563961    10000 10110 00100 01101 00001 11001
394775    01011 00011 01010 10101 01010 10101
```

7) В любой декаде ровно по 4 единиц и 6 нулей. Если посмотреть на них через разряд (1,3,5,7,9 и 2,4,6,8,10), увидим, что в этих пятерках ровно по 2 единицы и 3 нуля. Соответственно закодировано 10 комбинаций (10 цифр).

Разделим их:

```
544227    11000 10010 10100 10010 10100 00101 724245
881665    00101 00110 00110 10001 01001 01001 566188
294653    00011 00101 00110 10100 01010 10010 356492
563961    10001 00110 01010 00011 00110 00101 169365
394775    00101 11000 11000 10100 01010 00011 577493
```

8) Получим шифр каждой цифры:

```
0 01100
1 10001
2 10010
3 00011
```

4 10100

5 00101

6 00110

7 11000

8 01001

9 01010

9) Зашифруем необходимые 492749 594083, запишем цифры с помощью шифров в обратном порядке:

492749: 01010 10100 11000 10010 01010 10100

594083: 00011 01001 01100 10100 01010 00101

10) Объединим в декады, согласно разрядам. Добавим в нечетные разряды 1 и 0, начиная с 0 и младшего разряда:

492749:

011011000110110001001110110001000110010001101100011011000100

594083:

010001100100110011100110110011100100010001001100011011000110

11) Запишем числа в прямом порядке и шифр к ним:

492749: 3306 6116 6106 2154 3304

594083: 2144 6346 6344 2114 3306

Задача 5

На поле размером $N \times N$ клеток, клетки закрашиваются прямоугольниками $m \times n$, расположенными строго по горизонтали или вертикали около границ поля. Закрашенные прямоугольники не соприкасаются между собой. (Проверять правильность закрашенных прямоугольников не нужно.)

Напишите программу, которая получает на вход закрашенные на поле клетки, а на выходе получает средний размер прямоугольников (в клетках).

Входные данные:

N – длина стороны поля в клетках ($0 < N < 101$); далее построчно – обозначения клеток поля (0 – клетка не закрашена, 1 – клетка закрашена).

В ответе должно быть целое число: средний размер прямоугольника. (Дробную часть числа отбрасывать.)

Решение:

```
program p3;
var x:array[1..100,1..100]of integer;
i,j,n,k,s :integer; left,top:boolean;
begin
{ввод поля}
readln(n);
for i:=1 to n do
begin
for j:=1 to n do
read(x[i,j]);
end;

s:=0; {количество 1}
k:=0; {количество клеток}
for i:=1 to n do
for j:=1 to n do
if x[i,j]=1 then {если в клеточке часть}
begin
s:=s+1; {увеличиваем площадь}
if (i=1) then {сверху - граница матрицы}
left:=true
else
if x[i-1,j]=0 then {сверху нет}
left :=true
else
left:=false;
if (j=1) then {слева- граница матрицы}
top:=true
else
if x[i,j-1]=0 then {слева нет}
top:=true
else
top:=false;
if left and top then {слева и сверху нет - это верхний
левый угол}
k:=k+1;
end;
if k<>0 then s:=s div k;
writeln(s); {подсчет среднего}
end.
```

Ответ: Приведённый листинг.

Задача 6

Во время проведения бухгалтерского отчета по предприятию, произошел сбой при передаче данных по затратам подразделений. Предприятие имеет 10 подразделений. Известно, что затраты каждого подразделения не превышают 500 млн. рублей и контрольная сумма SUM. Контрольная сумма удовлетворяет следующим условиям:

1) *SUM* — сумма затрат от трех подразделений.

2) *SUM* делится на 12.

Если контрольной суммы, удовлетворяющей условиям, нет, то значения не корректны и бухгалтерский отчет не сформирован.

Напишите эффективную программу, проверяющую корректность контрольной суммы.

Программа должна напечатать отчёт по следующей форме:

Контрольная сумма: ...

Отчет сформирован. (или — Отчет не сформирован)

Кратко опишите используемый алгоритм решения.

На вход программе в каждой строке подаются затраты подразделений в млн. рублей (натуральные числа, не превышающее 1000). В последней строке записана контрольная сумма.

Пример входных данных

8

32

183

18

64

14

85

93

49

116

384

Пример выходных данных для приведённого выше примера входных данных:

Контрольная сумма: 384

Отчет сформирован.

Ответ: Приведённый листинг.