

**Методические указания по Отраслевой олимпиаде школьников
«Газпром», профиль экономика**

Учебное пособие для подготовки к олимпиаде

Под редакцией д.э.н., проф. Л.А. Миэринь

СОДЕРЖАНИЕ

1. Разбор заданий заочного тура.....	3
1.1. Решения заданий 9 класса.....	3
1.2. Решение заданий 10 класса.....	11
1.3. Решение заданий 11 класса.....	21
2. Разбор заданий очного тура.....	32
2.1. Решения заданий 9 класса.....	32
2.2. Решение заданий 10-11 класса.....	39

1. Разбор заданий заочного тура

Задания заочного тура по профилю Экономика включали задачи и примеры, требующие для своего решения знания школьного курса математики.

1.1. Решения заданий 9 класса

1. Тема “Действия с дробями”

Выполните действия:
$$\frac{\left(0,5:1,25 + \frac{7}{5} : 1\frac{4}{7} - \frac{3}{11}\right) \cdot 3}{\left(1,5 + \frac{1}{4}\right) : 18\frac{1}{3}}.$$

Решение. Выполним действия в следующем порядке:

$$1) 0,5:1,25 = \frac{1}{2} : 1\frac{1}{4} = \frac{1}{2} : \frac{5}{4} = \frac{1}{2} \cdot \frac{4}{5} = \frac{2}{5}.$$

$$2) \frac{7}{5} : 1\frac{4}{7} = \frac{7}{5} : \frac{11}{7} = \frac{7}{5} \cdot \frac{7}{11} = \frac{49}{55}.$$

$$3) \frac{2}{5} + \frac{49}{55} - \frac{3}{11} = \frac{2 \cdot 11 + 49 - 3 \cdot 5}{55} = \frac{56}{55}.$$

$$4) 1,5 + \frac{1}{4} = \frac{3}{2} + \frac{1}{4} = \frac{7}{4}.$$

$$5) \frac{7}{4} : 18\frac{1}{3} = \frac{7}{4} : \frac{55}{3} = \frac{7}{4} \cdot \frac{3}{55} = \frac{21}{4 \cdot 55}.$$

$$6) \frac{56}{55} \cdot 3 : \frac{21}{4 \cdot 55} = \frac{56 \cdot 3 \cdot 4 \cdot 55}{55 \cdot 21} = 8 \cdot 4 = 32.$$

Ответ: 32.

2. Тема “Преобразование рациональных выражений”

Упростите выражение:
$$\frac{a^3 - b^3}{a^2 - b^2} + \frac{ab}{a + b}.$$

Варианты ответов:

А. $a + b$

Б. $a - b$

В. ab

Г. $a^2 - b^2$

Д. $\frac{1}{a+b}$

Решение.

$$\frac{a^3 - b^3}{a^2 - b^2} + \frac{ab}{a+b} = \frac{(a-b)(a^2 + ab + b^2)}{(a-b)(a+b)} + \frac{ab}{a+b} = \frac{a^2 + ab + b^2}{a+b} + \frac{ab}{a+b} = \frac{a^2 + 2ab + b^2}{a+b} = \frac{(a+b)^2}{a+b} = a+b.$$

Ответ: А.

3. Тема “Рациональные уравнения”

Решите уравнение: $\frac{x+0,5}{9} = \frac{x+2}{2} - \frac{17}{18}$.

Решение. Умножим обе части уравнения на 18 – наименьшее общее кратное знаменателей всех дробей в уравнении, получим уравнение $2x+1=9x+18-17$. Приведем подобные члены, получим уравнение $7x=0$. Его корнем является $x=0$.

Ответ: 0.

4. Тема “Решение квадратных уравнений”

Решите уравнение: $(x-4)(x+8)+11=0$. В ответ запишите положительный корень.

Решение. Для нахождения корней квадратного уравнения $ax^2+bx+c=0$ вспомним формулу $x_{1,2} = \frac{-b \pm \sqrt{D}}{2a}$, где D – дискриминант квадратного трехчлена ax^2+bx+c .

Дискриминант вычисляется по формуле $D=b^2-4ac$. Для того, чтобы воспользоваться этой формулой, в левой части уравнения раскроем скобки и приведем подобные члены, получим уравнение $x^2+4x-21=0$. Найдем корни полученного квадратного уравнения по

формуле: $x_{1,2} = \frac{-4 \pm \sqrt{16+4 \cdot 21}}{2}$. Откуда $x_1 = -7, x_2 = 3$.

Ответ: 3.

5. Тема “Теорема Виета”

Вычислите $\frac{x_1 x_2}{x_1 + x_2}$, где x_1 и x_2 – корни квадратного уравнения $x^2 - 4x - 7 = 0$.

Решение. По теореме Виета для квадратного уравнения $ax^2+bx+c=0$, имеющего корни x_1 и x_2 , справедливы равенства: $x_1 + x_2 = -\frac{b}{a}$, $x_1 \cdot x_2 = \frac{c}{a}$. Вычислим для квадратного

трехчлена $x^2 - 4x - 7$ дискриминант $D = 16 + 4 \cdot 7 = 44$. Поскольку $D > 0$, квадратное уравнение имеет два различных корня. Значит, можно воспользоваться теоремой Виета:

$$x_1 + x_2 = 4 \text{ и } x_1 \cdot x_2 = -7. \text{ Тогда } \frac{x_1 x_2}{x_1 + x_2} = -\frac{7}{4}.$$

Ответ: $-1,75$.

6. Тема “Уравнения с модулем”

Решите уравнение: $|x^2 - 5x| = 6$. Если уравнение имеет несколько корней, в ответ запишите наименьший положительный корень.

Решение. По определению модуль числа a равен числу a , если $a \geq 0$, и равен числу $-a$, если $a < 0$. Геометрический смысл модуля числа состоит в том, что модуль числа a равен расстоянию от точки числовой оси, соответствующей числу a , до нуля. В данной задаче удобнее воспользоваться геометрическим смыслом модуля. Точки, находящиеся на числовой оси на расстоянии от нуля равном 6, соответствуют числам 6 и -6 . Тогда

уравнение разбивается на совокупность двух уравнений:
$$\begin{cases} x^2 - 5x = 6 \\ x^2 - 5x = -6 \end{cases}.$$

Корнями первого уравнения являются числа -1 и 6, а корнями второго уравнения - числа 2 и 3.

Ответ: 2.

7. Тема “Пропорции”

Бизнесмен приобрел акции трех компаний А, В и С на сумму 880 тысяч рублей. При этом на каждые 2 рубля, вложенные в акции компании А, приходится 3 рубля, вложенные в акции компании В, а на каждый рубль, вложенный в акции компании В, приходится 2 рубля, вложенные в акции компании С. Сколько тысяч рублей вложил бизнесмен в акции компании В?

Решение. Пусть x_A , x_B и x_C – стоимости приобретенных бизнесменом акций компаний А, В и С соответственно. Тогда $x_A : x_B = 2 : 3$, $x_B : x_C = 1 : 2$. Последнюю пропорцию можно записать в виде: $x_B : x_C = 3 : 6$. Тогда $x_A : x_B : x_C = 2 : 3 : 6$. Это значит, что на сумму 880 тысяч рублей приходится $2 + 3 + 6 = 11$ частей. Таким образом, величина одной части равна $880 : 11 = 80$ тысячам рублей. При этом на акции компании В приходится 3 части, значит стоимость приобретенных акций компании В, равна $80 \cdot 3 = 240$ тысяч рублей.

Ответ: 240.

8. Тема “Проценты”

На сколько процентов число 120 меньше числа 150? Знак процента в ответе не пишете.

Решение. Чтобы узнать, на сколько процентов число a меньше числа b , нужно воспользоваться формулой $\frac{b-a}{b}100\%$. В данной задаче $\frac{150-120}{150}100\% = 20\%$.

Заметим, что для того, чтобы узнать, на сколько процентов число b больше числа a , нужно использовать формулу $\frac{b-a}{a}100\%$.

Ответ: 20.

9. Тема “Иррациональные числа”

Вычислите $(\sqrt{5} + \sqrt{10})^2 - \sqrt{200}$.

Решение.

$$(\sqrt{5} + \sqrt{10})^2 - \sqrt{200} = 5 + 2\sqrt{5} \cdot \sqrt{10} + 10 - \sqrt{2 \cdot 100} = 15 + 2\sqrt{50} - 10\sqrt{2} = 15 + 10\sqrt{2} - 10\sqrt{2} = 15.$$

Ответ: 15.

10. Тема “Задачи на проценты”

Пальто подорожало на 15% и стало стоить 8625 рублей. Сколько рублей стоило пальто до подорожания?

Решение. Пусть x – цена пальто в рублях до подорожания. Тогда после подорожания цена пальто стала равной $x + 0,15x = 1,15x$. Составим уравнение $1,15x = 8625$, откуда $x = 7500$.

Ответ: 7500.

11. Тема “Задачи на работу”

На изготовление 425 деталей первый рабочий затрачивает на 8 часов меньше, чем второй рабочий на изготовление 525 таких же деталей. Первый рабочий за час изготавливает на 4 детали больше, чем второй. Сколько деталей в час делает первый рабочий?

Решение. Пусть x – производительность труда первого рабочего, т. е. количество деталей, изготовленных за 1 час первым рабочим.

Будем использовать формулу, выражающую время работы через выполненную работу и производительность труда: $t = \frac{A}{w}$.

Запишем в таблицу данные задачи и результаты вычислений по формуле.

	Время работы t (часы)	Производительность труда w (количество деталей в час)	Выполненная работа A (количество деталей)
Первый рабочий	$\frac{425}{x}$	x	425
Второй рабочий	$\frac{525}{x-4}$	$x-4$	525

Учитывая, что время работы первого рабочего на 8 часов меньше, чем время работы второго, составим уравнение $\frac{525}{x-4} - \frac{425}{x} = 8$.

Приведем дроби в левой части уравнения к общему знаменателю, получим $\frac{525x - 425x + 425 \cdot 4}{x(x-4)} = 8$. Приведем подобные члены и умножим обе части уравнения на

$x(x-4)$. После упрощения получим квадратное уравнение $2x^2 - 33x - 425 = 0$. Его корнями являются числа 25 и $-8,5$. Второй корень, очевидно, не подходит по смыслу задачи.

Ответ: 25.

12. Тема “Задачи на смеси”

Руда содержит 40% примесей, а выплавленный металл содержит 4% примесей. Сколько тонн металла получится из 24 тонн руды?

Решение. Процесс выплавки металла состоит в избавлении руды от примесей. При этом количество чистого металла остается неизменным. Руда содержит 40% примесей, значит, чистый металл в руде составляет 60%. Тогда вес чистого металла в 24 тоннах руды равен $24 \cdot 0,6 = 14,4$ тонны. В выплавленном металле примеси составляют 4%, значит, на чистый металл приходится 96%. Пусть x – вес выплавленного металла. Тогда $0,96x$ – вес чистого металла в выплавленном. Составим уравнение $0,96x = 14,4$. Решая его, получим $x = 15$.

Ответ: 15.

13. Тема “Задачи на движение”

Катер прошел расстояние между двумя речными пристанями, равное 90 км, туда и обратно за 12 часов. Скорость течения реки равна 4 км/час. Сколько километров в час составляет скорость катера в стоячей воде?

Решение. Пусть x – скорость катера в стоячей воде. Тогда $x + 4$ – скорость катера на пути по течению реки, а $x - 4$ – скорость катера на пути против течения реки. Будем использовать формулу, выражающую время движения через пройденный путь и скорость движения:

$t = \frac{S}{v}$. Запишем в таблицу данные задачи и результаты вычислений по формуле.

	Время движения t (часы)	Скорость движения v (км/час)	Пройденный путь S (км)
Движение по течению	$\frac{90}{x+4}$	$x+4$	90
Движение против течения	$\frac{90}{x-4}$	$x-4$	90

Учитывая, что весь путь занял 12 часов, составим уравнение $\frac{90}{x+4} + \frac{90}{x-4} = 12$.

Приведем дроби в левой части уравнения к общему знаменателю, получим $\frac{90(x-4) + 90(x+4)}{(x-4)(x+4)} = 12$. Раскроем в числителе скобки, приведем подобные члены и

умножим обе части уравнения на $(x-4)(x+4)$. После упрощения получим квадратное уравнение $x^2 - 15x - 16 = 0$. Его корнями являются числа 16 и -1 . Второй корень, очевидно, не подходит по смыслу задачи.

Ответ: 16.

14. Тема “Задачи на целые числа”

В первый день магазин продавал холодильники по цене 12 тысяч рублей за штуку, а во второй день со скидкой по 11 тысяч рублей за штуку. При этом оказалось, что стоимость всех холодильников, проданных в первый день, составляет 80% от стоимости всех холодильников, проданных во второй день. Какое наименьшее количество холодильников могло быть продано во второй день?

Решение. Пусть n – количество холодильников, проданных в первый день, а m – количество холодильников, проданных во второй день. Очевидно, что n и m – целые числа. Стоимость всех холодильников, проданных в первый день равна $12n$ тысяч рублей, а во второй день – $11m$ тысяч рублей. Составим уравнение $12n = 0,8 \cdot 11m$. Разделим обе части уравнения на 0,8, получим уравнение с целыми коэффициентами $15n = 11m$. Поскольку n и m являются целыми числами, из уравнения следует, что $11m$ должно делиться на 15. Поскольку 11 на 15 не делится, то на 15 должно делиться число m . Наименьшим целым

положительным числом, делимым на 15, является само число 15. Значит наименьшее количество холодильников, проданных во второй день, равно 15.

Ответ: 15.

15. Тема “Тригонометрические функции”

В прямоугольном треугольнике $\triangle ABC$ гипотенуза BC равна 65, а катет AB равен 60. Найдите тангенс угла $\angle C$.

Решение. Тангенсом острого угла прямоугольного треугольника называется отношение длины противолежащего этому углу катета к длине прилежащего катета. Значит, $\operatorname{tg} \angle C = \frac{AB}{AC}$. Найдем длину AC по теореме Пифагора: $AC^2 = BC^2 - AB^2 = 65^2 - 60^2 = 625$.

Значит, $AC = 25$. Тогда $\operatorname{tg} \angle C = \frac{60}{25} = 2,4$.

Ответ: 2,4.

16. Тема “Геометрия”

Меньшая сторона прямоугольника равна 125, а величина угла между диагоналями равна 120° . Найдите длину диагонали.

Решение. Обозначим последовательные вершины прямоугольника буквами A, B, C и D , а точку пересечения его диагоналей буквой O . Пусть $AB = CD = 125$. Тогда $\angle BOC = 120^\circ$. Угол $\angle AOB$ является смежным углом с углом $\angle BOC$, следовательно, $\angle AOB = 60^\circ$. В треугольнике $\triangle ABO$ стороны AO и BO равны, так как диагонали прямоугольника равны и в точке пересечения делятся пополам. Таким образом, $\triangle ABO$ – равнобедренный треугольник с углом при вершине равным 60° . Значит, $\triangle ABO$ является также равносторонним: $AO = AB = 125$. Поскольку AO является половиной диагонали AC , то $AC = 250$.

Ответ: 250.

17. Тема “Системы уравнений”

Решите систему уравнений:

$$\begin{cases} 17x + 6y = 27 \\ 2x - 11y = 50 \end{cases}$$

В ответ запишите сумму найденных значений x и y .

Решение. Выразим из первого уравнения системы неизвестную величину x и подставим во второе уравнение. Получим систему:

$$\begin{cases} x = \frac{27-6y}{17} \\ 2 \cdot \frac{27-6y}{17} - 11y = 50 \end{cases}$$

Найдем из второго уравнения неизвестную величину y :

$$2 \cdot \frac{27-6y}{17} - 11y = 50 \Leftrightarrow 54 - 12y - 187y = 850 \Leftrightarrow -199y = 796 \Leftrightarrow y = -4.$$

Подставим найденное значение y в первое уравнение: $x = \frac{27-6 \cdot (-4)}{17}$, получим $x = 3$.

Тогда $x + y = -1$.

Ответ: -1 .

18. Тема “Линейные неравенства”

Решите неравенство:

$$x + \frac{2}{5} + \frac{3}{5}x - 3 < 6.$$

Варианты ответов:

А. $x > \frac{43}{8}$

Б. $x < 5,375$

В. $x < 17$

Г. $x > 21,5$

Д. $x < \frac{19}{8}$

Решение. Умножим обе части неравенства на 5 и приведем подобные члены. Получим неравенство $8x < 43$, откуда $x < 5,375$.

Ответ: Б.

19. Тема “Квадратные неравенства”

Решите неравенство:

$$x^2 > 11.$$

Варианты ответов:

А. $(-\sqrt{11}; \sqrt{11})$

Б. $(-\infty; \sqrt{11})$

В. $(-\infty; -\sqrt{11}); (\sqrt{11}; +\infty)$

Г. $(-\sqrt{11}; +\infty)$

Д. $(\sqrt{11}; +\infty)$

Решение. Решим неравенство методом интервалов. Приведем его к виду $x^2 - 11 > 0$. Решим уравнение $x^2 - 11 = 0$. Его корнями являются числа $\sqrt{11}$ и $-\sqrt{11}$. Отметим на числовой оси точки, соответствующие этим числам. Эти точки выделяют на числовой оси на три интервала $(-\infty; -\sqrt{11})$, $(-\sqrt{11}; \sqrt{11})$ и $(\sqrt{11}; +\infty)$, на каждом из которых, выражение $x^2 - 11$ принимает одинаковые по знаку значения. Подставляя в это выражение вместо x числа из полученных интервалов, получим, что $x^2 - 11 > 0$ при x из интервалов $(-\infty; -\sqrt{11})$ и $(\sqrt{11}; +\infty)$.

Ответ: В.

20. Тема “Функции”

Сколько точек пересечения имеют графики функций $y = \frac{8}{x}$ и $y = x^2$.

Решение. Если точка является точкой пересечения двух линий, ее координаты удовлетворяют уравнениям этих линий. Значит, чтобы найти точки пересечения графиков данных функций, нужно решить систему уравнений:

$$\begin{cases} y = \frac{8}{x} \\ y = x^2 \end{cases} \text{ . Запишем систему в виде } \begin{cases} y = \frac{8}{x} \\ x^2 = \frac{8}{x} \end{cases} \text{ . Умножив обе части второго уравнения на } x,$$

приведем его к виду $x^3 = 8$. Это уравнение имеет единственный корень $x = 2$. Тогда и неизвестная величина y также принимает единственное значение $y = 4$. Следовательно, графики функций имеют единственную точку пересечения.

Ответ: 1.

1.2. Решение заданий 10 класса

1. Тема “Действия с дробями”

Выполните действия:
$$\frac{\left(0,5:1,25 + \frac{7}{5} : 1\frac{4}{7} - \frac{3}{11}\right) \cdot 3}{\left(1,5 + \frac{1}{4}\right) : 18\frac{1}{3}}.$$

Решение. Выполним действия в следующем порядке:

$$1) 0,5:1,25 = \frac{1}{2} : 1\frac{1}{4} = \frac{1}{2} : \frac{5}{4} = \frac{1}{2} \cdot \frac{4}{5} = \frac{2}{5}.$$

$$2) \frac{7}{5} : 1\frac{4}{7} = \frac{7}{5} : \frac{11}{7} = \frac{7}{5} \cdot \frac{7}{11} = \frac{49}{55}.$$

$$3) \frac{2}{5} + \frac{49}{55} - \frac{3}{11} = \frac{2 \cdot 11 + 49 - 3 \cdot 5}{55} = \frac{56}{55}.$$

$$4) 1,5 + \frac{1}{4} = \frac{3}{2} + \frac{1}{4} = \frac{7}{4}.$$

$$5) \frac{7}{4} : 18\frac{1}{3} = \frac{7}{4} : \frac{55}{3} = \frac{7}{4} \cdot \frac{3}{55} = \frac{21}{4 \cdot 55}.$$

$$6) \frac{56}{55} \cdot 3 : \frac{21}{4 \cdot 55} = \frac{56 \cdot 3 \cdot 4 \cdot 55}{55 \cdot 21} = 8 \cdot 4 = 32.$$

Ответ: 32.

2. Тема “Преобразование рациональных выражений”

Упростите выражение:
$$\left(\frac{x}{y^2 + xy} - \frac{2}{x + y} + \frac{y}{x^2 + xy}\right) : \left(\frac{x}{y} - 2 + \frac{y}{x}\right).$$

Варианты ответов:

А. $\frac{1}{x + y}$

Б. $\frac{1}{x - y}$

В. $\frac{1}{y - x}$

Г. $\frac{1}{xy}$

Д. $\frac{2}{x + y}$

Решение.

$$\left(\frac{x}{y^2+xy} - \frac{2}{x+y} + \frac{y}{x^2+xy}\right) : \left(\frac{x}{y} - 2 + \frac{y}{x}\right) = \left(\frac{x}{y(y+x)} - \frac{2}{x+y} + \frac{y}{x(x+y)}\right) : \left(\frac{x^2-2xy+y^2}{yx}\right) =$$

$$= \frac{x^2-2xy+y^2}{xy(x+y)} \cdot \frac{xy}{x^2-2xy+y^2} = \frac{1}{x+y}.$$

Ответ: А.

3. Тема “Рациональные уравнения”

Решите уравнение: $\frac{6x+12}{x^2+x-2} = x$. Если уравнение имеет несколько корней, в ответ запишите наименьший корень.

Решение. Найдем область допустимых значений (ОДЗ) уравнения. Для этого определим, при каких значениях неизвестной величины x знаменатель дроби в левой части уравнения обращается в нуль. Решим уравнение $x^2+x-2=0$. Его корнями являются числа $x_1=-2, x_2=1$. Значит, в ОДЗ входят все действительные числа за исключением -2 и 1 .

Выполним преобразования уравнения: $\frac{6x+12}{x^2+x-2} = x \Leftrightarrow \frac{6(x+2)}{(x+2)(x-1)} = x$. Поскольку

$x \neq -2$, можно сократить дробь в левой части уравнения на $x+2$. Получим уравнение $\frac{6}{x-1} = x$. Умножим обе части на отличный от нуля множитель $x-1$, после упрощения

получим квадратное уравнение $x^2-x-6=0$. Корнями квадратного уравнения являются числа -2 и 3 . Первый корень не входит в ОДЗ, значит, исходное уравнение имеет единственный корень 3 .

Ответ: 3.

4. Тема “Иррациональные уравнения”

Решите уравнение: $\sqrt{4-3x} = x$. Если уравнение имеет несколько корней, в ответ запишите их сумму.

Решение. Найдем область допустимых значений (ОДЗ) уравнения. Для этого определим, при каких значениях неизвестной величины x выражение, стоящее под знаком квадратного корня неотрицательно, т. е. решим неравенство $4-3x \geq 0$. Получим, что ОДЗ состоит из чисел промежутка $\left(-\infty; \frac{4}{3}\right]$.

Возведем обе части уравнения в квадрат, получим уравнение $4-3x = x^2$. Корнями этого уравнения являются числа $x_1=-4; x_2=1$. Оба корня входят в ОДЗ. Поскольку возведение обеих частей уравнения в квадрат может привести к уравнению, не равносильному исходному, необходимо сделать проверку. Подставим найденные корни в исходное

уравнение, получим, что только $x_2 = 1$ обращает его в верное равенство. Следовательно, исходное уравнение имеет единственный корень 1.

Ответ: 1.

5. Тема “Теорема Виета”

Вычислите $\frac{x_1 x_2}{x_1 + x_2}$, где x_1 и x_2 – корни квадратного уравнения $x^2 - 4x - 7 = 0$.

Решение. По теореме Виета для квадратного уравнения $ax^2 + bx + c = 0$, имеющего корни x_1 и x_2 , справедливы равенства: $x_1 + x_2 = -\frac{b}{a}$, $x_1 \cdot x_2 = \frac{c}{a}$. Вычислим для квадратного трехчлена $x^2 - 4x - 7$ дискриминант $D = 16 + 4 \cdot 7 = 44$. Поскольку $D > 0$, квадратное уравнение имеет два различных корня. Значит, можно воспользоваться теоремой Виета: $x_1 + x_2 = 4$ и $x_1 \cdot x_2 = -7$. Тогда $\frac{x_1 x_2}{x_1 + x_2} = -\frac{7}{4}$.

Ответ: $-1,75$.

6. Тема “Уравнения с модулем”

Решите уравнение: $|3 - |x + 1|| = 1$. Если уравнение имеет несколько корней, в ответ запишите сумму корней.

Решение. По определению модуль числа a равен числу a , если $a \geq 0$, и равен числу $-a$, если $a < 0$. Геометрический смысл модуля числа состоит в том, что модуль числа a равен расстоянию от точки числовой оси, соответствующей числу a , до нуля. В данной задаче удобнее воспользоваться геометрическим смыслом модуля. Точки, находящиеся на числовой оси на расстоянии от нуля равном 1, соответствуют числам 1 и -1 . Тогда уравнение разбивается на совокупность двух уравнений: $\begin{cases} 3 - |x + 1| = 1 \\ 3 - |x + 1| = -1 \end{cases}$. Приведем

уравнения совокупности к виду: $\begin{cases} |x + 1| = 2 \\ |x + 1| = 4 \end{cases}$. Еще раз воспользуемся геометрическим

смыслом модуля для каждого из уравнений совокупности, получим совокупность

уравнений $\begin{cases} x + 1 = 2 \\ x + 1 = -2 \\ x + 1 = 4 \\ x + 1 = -4 \end{cases} \Leftrightarrow \begin{cases} x = 1 \\ x = -3 \\ x = 3 \\ x = -5 \end{cases}$. Сумма полученных корней равна -4 .

Ответ: -4 .

7. Тема “Пропорции”

Бизнесмен приобрел акции трех компаний А, В и С на сумму 880 тысяч рублей. При этом на каждые 2 рубля, вложенные в акции компании А, приходится 3 рубля, вложенные в акции компании В, а на каждый рубль, вложенный в акции компании В, приходится 2 рубля, вложенные в акции компании С. Сколько тысяч рублей вложил бизнесмен в акции компании В?

Решение. Пусть x_A , x_B и x_C – стоимости приобретенных бизнесменом акций компаний А, В и С соответственно. Тогда $x_A : x_B = 2 : 3$, $x_B : x_C = 1 : 2$. Последнюю пропорцию можно записать в виде: $x_B : x_C = 3 : 6$. Тогда $x_A : x_B : x_C = 2 : 3 : 6$. Это значит, что на сумму 880 тысяч рублей приходится $2 + 3 + 6 = 11$ частей. Таким образом, величина одной части равна $880 : 11 = 80$ тысячам рублей. При этом на акции компании В приходится 3 части, значит стоимость приобретенных акций компании В, равна $80 \cdot 3 = 240$ тысяч рублей.

Ответ: 240.

8. Тема “Проценты”

Сколько процентов числа 7 составляет сумма его и четырех процентов числа 28? Знак процента в ответе не пишете.

Решение. Четыре процента от числа 28 равны $0,04 \cdot 28 = 1,12$. Тогда $7 + 1,12 = 8,12$. Чтобы узнать, сколько процентов составляет число 8,12 от 7, вычислим $\frac{8,12}{7} 100\% = 116\%$.

Ответ: 116.

9. Тема “Иррациональные числа”

Вычислите $(\sqrt{5} + \sqrt{10})^2 - \sqrt{200}$.

Решение.

$$(\sqrt{5} + \sqrt{10})^2 - \sqrt{200} = 5 + 2\sqrt{5} \cdot \sqrt{10} + 10 - \sqrt{2 \cdot 100} = 15 + 2\sqrt{50} - 10\sqrt{2} = 15 + 10\sqrt{2} - 10\sqrt{2} = 15.$$

Ответ: 15.

10. Тема “Задачи на проценты”

Товар стоимостью 3500 рублей уценивали дважды на одно и то же число процентов. Найти это число, если известно, что после двойного снижения цены товар стал стоить 2835 рублей. Знак процента в ответе не пишете.

Решение. Пусть искомое число процентов равно x , тогда после первого снижения цена товара стала равна $3500 \left(1 - \frac{x}{100}\right)$ рублей, а после второго – $3500 \left(1 - \frac{x}{100}\right)^2$ рублей.

Составим уравнение $3500\left(1-\frac{x}{100}\right)^2 = 2835$. Разделим обе части уравнения на 3500,

сократим полученную дробь в правой части. Получим уравнение $\left(1-\frac{x}{100}\right)^2 = \frac{81}{100}$. Это

уравнение равносильно совокупности уравнений $\begin{cases} 1-\frac{x}{100} = \frac{9}{10} \\ 1-\frac{x}{100} = -\frac{9}{10} \end{cases}$. Из первого уравнения

следует, что $x = 10$. Из второго следует, что $x = 190$. Это значение не подходит по смыслу задачи: нельзя снизить цену более, чем на 100%

Ответ: 10.

11. Тема “Задачи на работу”

На изготовление 425 деталей первый рабочий затрачивает на 8 часов меньше, чем второй рабочий на изготовление 525 таких же деталей. Первый рабочий за час изготавливает на 4 детали больше, чем второй. Сколько деталей в час делает первый рабочий?

Решение. Пусть x - производительность труда первого рабочего, т. е. количество деталей, изготовленных за 1 час первым рабочим. Будем использовать формулу, выражающую время работы через выполненную работу и производительность труда: $t = \frac{A}{w}$

Запишем в таблицу данные задачи и результаты вычислений по формуле.

	Время работы t (часы)	Производительность труда w (количество деталей в час)	Выполненная работа A (количество деталей)
Первый рабочий	$\frac{425}{x}$	x	425
Второй рабочий	$\frac{525}{x-4}$	$x-4$	525

Учитывая, что время работы первого рабочего на 8 часов меньше, чем время работы второго, составим уравнение $\frac{525}{x-4} - \frac{425}{x} = 8$.

Приведем дроби в левой части уравнения к общему знаменателю, получим $\frac{525x - 425x + 425 \cdot 4}{x(x-4)} = 8$. Приведем подобные члены и умножим обе части уравнения на

$x(x-4)$. После упрощения получим квадратное уравнение $2x^2 - 33x - 425 = 0$. Его корнями являются числа 25 и $-8,5$. Второй корень, очевидно, не подходит по смыслу задачи.

Ответ: 25.

12. Тема “Задачи на смеси”

Руда содержит 40% примесей, а выплавленный металл содержит 4% примесей. Сколько тонн металла получится из 24 тонн руды?

Решение. Процесс выплавки металла состоит в избавлении руды от примесей. При этом количество чистого металла остается неизменным. Руда содержит 40% примесей, значит, чистый металл в руде составляет 60%. Тогда вес чистого металла в 24 тоннах руды равен $24 \cdot 0,6 = 14,4$ тонны. В выплавленном металле примеси составляют 4%, значит, на чистый металл приходится 96%. Пусть x – вес выплавленного металла. Тогда $0,96x$ – вес чистого металла в выплавленном. Составим уравнение $0,96x = 14,4$. Решая его, получим $x = 15$.

Ответ: 15.

13. Тема “Задачи на движение”

Катер прошел расстояние между двумя речными пристанями, равное 90 км, туда и обратно за 12 часов. Скорость течения реки равна 4 км/час. Сколько километров в час составляет скорость катера в стоячей воде?

Решение. Пусть x – скорость катера в стоячей воде. Тогда $x + 4$ – скорость катера на пути по течению реки, а $x - 4$ – скорость катера на пути против течения реки. Будем использовать формулу, выражающую время движения через пройденный путь и скорость движения:

$t = \frac{S}{v}$. Запишем в таблицу данные задачи и результаты вычислений по формуле.

	Время движения t (часы)	Скорость движения v (км/час)	Пройденный путь S (км)
Движение по течению	$\frac{90}{x+4}$	$x+4$	90

Движение против течения	$\frac{90}{x-4}$	$x-4$	90
----------------------------	------------------	-------	----

Учитывая, что весь путь занял 12 часов, составим уравнение $\frac{90}{x+4} + \frac{90}{x-4} = 12$.

Приведем дроби в левой части уравнения к общему знаменателю, получим $\frac{90(x-4) + 90(x+4)}{(x-4)(x+4)} = 12$. Раскроем в числителе скобки, приведем подобные члены и

умножим обе части уравнения на $(x-4)(x+4)$. После упрощения получим квадратное уравнение $x^2 - 15x - 16 = 0$. Его корнями являются числа 16 и -1 . Второй корень, очевидно, не подходит по смыслу задачи.

Ответ: 16.

14. Тема “Задачи на целые числа”

В первый день магазин продавал холодильники по цене 12 тысяч рублей за штуку, а во второй день со скидкой по 11 тысяч рублей за штуку. При этом оказалось, что стоимость всех холодильников, проданных в первый день, составляет 80% от стоимости всех холодильников, проданных во второй день. Какое наименьшее количество холодильников могло быть продано во второй день?

Решение. Пусть n – количество холодильников, проданных в первый день, а m – количество холодильников, проданных во второй день. Очевидно, что n и m – целые числа. Стоимость всех холодильников, проданных в первый день равна $12n$ тысяч рублей, а во второй день – $11m$ тысяч рублей. Составим уравнение $12n = 0,8 \cdot 11m$. Разделим обе части уравнения на 0,8, получим уравнение с целыми коэффициентами $15n = 11m$. Поскольку n и m являются целыми числами, из уравнения следует, что $11m$ должно делиться на 15. Поскольку 11 на 15 не делится, то на 15 должно делиться число m . Наименьшим целым положительным числом, делящимся на 15, является само число 15. Значит наименьшее количество холодильников, проданных во второй день, равно 15.

Ответ: 15.

15. Тема “Тригонометрические уравнения”

Решите уравнение $2\sin x + \sqrt{3}\operatorname{tg}x = 0$ на промежутке $[180^\circ; 270^\circ]$. Если корней несколько, в ответ запишите их сумму, выраженную в градусах. Знак градуса в ответе не пишете.

Решение. Запишем уравнение в виде: $2\sin x + \sqrt{3} \frac{\sin x}{\cos x} = 0$. Определим область допустимых значений (ОДЗ) неизвестной величины x . Поскольку $\cos x$ находится в знаменателе дроби, должно выполняться условие $\cos x \neq 0$.

Умножим обе части уравнения на $\cos x$ и вынесем за скобку $\sin x$. Получим уравнение $\sin x(2\cos x + \sqrt{3}) = 0$. Это уравнение равносильно совокупности уравнений
$$\begin{cases} \sin x = 0 \\ \cos x = -\frac{\sqrt{3}}{2} \end{cases}.$$

На промежутке $[180^\circ; 270^\circ]$ первое уравнение имеет единственный корень $x_1 = 180^\circ$, а второе уравнение – единственный корень $x_2 = 210^\circ$. Тогда $x_1 + x_2 = 390^\circ$

Ответ: 390.

16. Тема “Геометрия”

Около окружности описана равнобедренная трапеция с боковой стороной равной 10. Найдите среднюю линию трапеции.

Решение. Будем использовать теорему: в четырехугольник можно вписать окружность тогда и только тогда, когда суммы длин противоположных сторон четырехугольника равны.

Длина средней линии трапеции равна полусумме длин оснований трапеции. Значит, длина средней линии равна также полусумме длин боковых сторон трапеции: $\frac{10+10}{2} = 10$.

Ответ: 10.

17. Тема “Системы уравнений”

Решите систему уравнений:

$$\begin{cases} \frac{2}{x} + \frac{3}{y} = 2 \\ \frac{4}{x} + \frac{9}{y} = 5 \end{cases}.$$

В ответ запишите сумму найденных значений x и y .

Решение. Сделаем замену неизвестных величин: обозначим $t = \frac{1}{x}; z = \frac{1}{y}$. Тогда система

уравнений примет вид: $\begin{cases} 2t + 3z = 2 \\ 4t + 9z = 5 \end{cases}$. Сделаем преобразования уравнений системы:

$$\begin{cases} 4t + 6z = 4 \\ 4t + 9z = 5 \end{cases} \Leftrightarrow \begin{cases} 3z = 1 \\ 4t + 9z = 5 \end{cases} \Leftrightarrow \begin{cases} z = \frac{1}{3} \\ 4t + 3 = 5 \end{cases} \Leftrightarrow \begin{cases} z = \frac{1}{3} \\ t = \frac{1}{2} \end{cases}.$$

Тогда $x = 2; y = 3$, значит $x + y = 5$.

Ответ: 5.

18. Тема “Прогрессии”

Завод по плану должен был выпустить некоторое количество станков за 12 дней. В первый день было выпущено 5% от всего запланированного количества станков, а в каждый следующий день выпускали на 2 станка больше, чем в предыдущий. В результате за 12 дней выпустили станков на 20% больше, чем было запланировано. Сколько станков нужно было выпустить по плану?

Решение. Пусть x – количество станков, которое нужно было выпустить по плану. Тогда в первый день было выпущено $0,05x$ станков. Выпуски станков в последующие дни образуют арифметическую прогрессию первым членом $a_1 = 0,05x$ и разностью $d = 2$. По формуле суммы арифметической прогрессии найдем количество станков, выпущенное за 12 дней:

$$S_{12} = \frac{a_1 + a_{12}}{2} \cdot 12 = \frac{a_1 + a_1 + 11d}{2} \cdot 12 = 12a_1 + 66d = 12a_1 + 132 = 12 \cdot 0,05x + 132 = 0,6x + 132.$$

Поскольку за 12 дней было выпущено на 20% станков больше, чем запланировано, составим уравнение: $0,6x + 132 = 1,2x \Leftrightarrow x = 220$.

Ответ: 220.

19. Тема “Рациональные неравенства”

Решите неравенство:

$$(x^2 + 6x + 7)^2 < (x^2 + 4x + 5)^2.$$

Варианты ответов:

А. $(-3; -2); (-1; +\infty)$

Б. $(-\infty; -1)$

В. $(-\infty; -3); (-2; -1)$

Г. $(-3; +\infty)$

Д. $(-3; -1)$

Решение. Приведем уравнение к виду $(x^2 + 6x + 7)^2 - (x^2 + 4x + 5)^2 < 0$ и воспользуемся формулой для разности квадратов. Получим неравенство:
 $(x^2 + 6x + 7 - x^2 - 4x - 5)(x^2 + 6x + 7 + x^2 + 4x + 5) < 0 \Leftrightarrow (2x + 2)(2x^2 + 10x + 12) < 0 \Leftrightarrow$
 $\Leftrightarrow (x + 1)(x^2 + 5x + 6) < 0 \Leftrightarrow (x + 1)(x + 2)(x + 3) < 0.$

Решим полученное неравенство методом интервалов, получим, что неравенству удовлетворяют точки из промежутков $(-\infty; -3); (-2; -1)$.

Ответ: В.

20. Тема “Функции”

Сколько точек пересечения имеют графики функций $y = \frac{8}{x}$ и $y = x^2$?

Решение. Если точка является точкой пересечения двух линий, ее координаты удовлетворяют уравнениям этих линий. Значит, чтобы найти точки пересечения графиков данных функций, нужно решить систему уравнений:

$$\begin{cases} y = \frac{8}{x} \\ y = x^2 \end{cases} \text{ . Запишем систему в виде } \begin{cases} y = \frac{8}{x} \\ x^2 = \frac{8}{x} \end{cases} \text{ . Умножив обе части второго уравнения на } x,$$

приведем его к виду $x^3 = 8$. Это уравнение имеет единственный корень $x = 2$. Тогда и неизвестная величина y также принимает единственное значение $y = 4$. Следовательно, графики функций имеют единственную точку пересечения.

Ответ: 1.

1.3. Решение заданий 11 класса

1. Тема “Действия с дробями”

Выполните действия:
$$\frac{\left(0,5 : 1,25 + \frac{7}{5} : 1\frac{4}{7} - \frac{3}{11}\right) \cdot 3}{\left(1,5 + \frac{1}{4}\right) : 18\frac{1}{3}} .$$

Решение. Выполним действия в следующем порядке:

$$1) 0,5 : 1,25 = \frac{1}{2} : 1\frac{1}{4} = \frac{1}{2} : \frac{5}{4} = \frac{1}{2} \cdot \frac{4}{5} = \frac{2}{5}.$$

$$2) \frac{7}{5} : 1\frac{4}{7} = \frac{7}{5} : \frac{11}{7} = \frac{7}{5} \cdot \frac{7}{11} = \frac{49}{55}.$$

$$3) \frac{2}{5} + \frac{49}{55} - \frac{3}{11} = \frac{2 \cdot 11 + 49 - 3 \cdot 5}{55} = \frac{56}{55}.$$

$$4) 1,5 + \frac{1}{4} = \frac{3}{2} + \frac{1}{4} = \frac{7}{4}.$$

$$5) \frac{7}{4} : 18\frac{1}{3} = \frac{7}{4} : \frac{55}{3} = \frac{7}{4} \cdot \frac{3}{55} = \frac{21}{4 \cdot 55}.$$

$$6) \frac{56}{55} \cdot 3 : \frac{21}{4 \cdot 55} = \frac{56 \cdot 3 \cdot 4 \cdot 55}{55 \cdot 21} = 8 \cdot 4 = 32.$$

Ответ: 32.

2. Тема “Рациональные уравнения”

уравнение имеет несколько корней, в ответ запишите наименьший корень.

Решение. Найдем область допустимых значений (ОДЗ) уравнения. Для этого определим, при каких значениях неизвестной величины x знаменатель дроби в левой части уравнения обращается в нуль. Решим уравнение $x^2 + x - 2 = 0$. Его корнями являются числа $x_1 = -2, x_2 = 1$. Значит, в ОДЗ входят все действительные числа за исключением -2 и 1 .

Выполним преобразования уравнения: $\frac{6x+12}{x^2+x-2} = x \Leftrightarrow \frac{6(x+2)}{(x+2)(x-1)} = x$. Поскольку

$x \neq -2$, можно сократить дробь в левой части уравнения на $x+2$. Получим уравнение $\frac{6}{x-1} = x$. Умножим обе части на отличный от нуля множитель $x-1$, после упрощения

получим квадратное уравнение $x^2 - x - 6 = 0$. Корнями квадратного уравнения являются числа -2 и 3 . Первый корень не входит в ОДЗ, значит, исходное уравнение имеет единственный корень 3 .

Ответ: 3.

3. Тема “Иррациональные уравнения”

Решите уравнение: $x^2 - 1 = \sqrt{4x^2 - 20x + 1} + 5x$. Если уравнение имеет несколько корней, в ответ запишите их сумму.

Решение. Приведем уравнение к виду $x^2 - 5x - 1 = \sqrt{4(x^2 - 5x) + 1}$. Обозначим $t = x^2 - 5x$. Тогда уравнение примет вид $t - 1 = \sqrt{4t + 1}$. Найдем область допустимых значений (ОДЗ) полученного уравнения. Для этого определим, при каких значениях неизвестной величины t подкоренное выражение неотрицательно: $4t + 1 \geq 0$. Решая это неравенство, получим, что ОДЗ состоит из чисел промежутка $\left[-\frac{1}{4}; +\infty\right)$.

Возведем обе части уравнения в квадрат, получим квадратное уравнение $t^2 - 2t + 1 = 4t + 1$. Его корнями являются числа $t_1 = 0, t_2 = 6$. Оба корня входят в ОДЗ. Поскольку возведение обеих частей уравнения в квадрат может привести к уравнению, не равносильному исходному, необходимо сделать проверку. Подставим найденные корни в уравнение $t - 1 = \sqrt{4t + 1}$, получим, что только $t_2 = 6$ обращает его в верное равенство. Подставим найденное значение t в равенство $t = x^2 - 5x$, получим уравнение $6 = x^2 - 5x$. Его корнями являются числа $x_1 = -1; x_2 = 6$. Их сумма равна 5.

Ответ: 5.

4. Тема “Теорема Виета”

Найдите сумму кубов корней уравнения $x^2 + 3x + 1 = 0$.

Решение. Дискриминант квадратного трехчлена в левой части уравнения $D = 9 - 4 = 5$. Значит, квадратное уравнение имеет действительные корни. По теореме Виета сумма корней $x_1 + x_2 = -3$, а произведение корней $x_1 x_2 = 1$. Представим сумму кубов корней в виде $x_1^3 + x_2^3 = (x_1 + x_2)(x_1^2 - x_1 x_2 + x_2^2)$, а сумму квадратов корней в виде $x_1^2 + x_2^2 = (x_1 + x_2)^2 - 2x_1 x_2$. Тогда $x_1^2 + x_2^2 = 9 - 2 = 7$, а отсюда $x_1^3 + x_2^3 = -3(7 - 1) = -18$.

Ответ: -18.

5. Тема “Уравнения с модулем”

Решите уравнение: $|3 - |x + 1|| = 1$. Если уравнение имеет несколько корней, в ответ запишите сумму корней.

Решение. По определению модуль числа a равен числу a , если $a \geq 0$, и равен числу $-a$, если $a < 0$. Геометрический смысл модуля числа состоит в том, что модуль числа a равен расстоянию от точки числовой оси, соответствующей числу a , до нуля. В данной задаче удобнее воспользоваться геометрическим смыслом модуля. Точки, находящиеся на числовой оси на расстоянии от нуля равном 1, соответствуют числам 1 и -1 . Тогда

уравнение разбивается на совокупность двух уравнений: $\begin{cases} 3 - |x + 1| = 1 \\ 3 - |x + 1| = -1 \end{cases}$. Приведем

уравнения совокупности к виду: $\begin{cases} |x+1|=2 \\ |x+1|=4 \end{cases}$. Еще раз воспользуемся геометрическим

смыслом модуля для каждого из уравнений совокупности, получим совокупность

$$\text{уравнений } \begin{cases} x+1=2 \\ x+1=-2 \\ x+1=4 \\ x+1=-4 \end{cases} \Leftrightarrow \begin{cases} x=1 \\ x=-3 \\ x=3 \\ x=-5 \end{cases} . \text{ Сумма полученных корней равна } -4.$$

Ответ: -4 .

6. Тема “Пропорции”

Бизнесмен приобрел акции трех компаний А, В и С на сумму 880 тысяч рублей. При этом на каждые 2 рубля, вложенные в акции компании А, приходится 3 рубля, вложенные в акции компании В, а на каждый рубль, вложенный в акции компании В, приходится 2 рубля, вложенные в акции компании С. Сколько тысяч рублей вложил бизнесмен в акции компании В?

Решение. Пусть x_A , x_B и x_C – стоимости приобретенных бизнесменом акций компаний А, В и С соответственно. Тогда $x_A : x_B = 2 : 3$, $x_B : x_C = 1 : 2$. Последнюю пропорцию можно записать в виде: $x_B : x_C = 3 : 6$. Тогда $x_A : x_B : x_C = 2 : 3 : 6$. Это значит, что на сумму 880 тысяч рублей приходится $2 + 3 + 6 = 11$ частей. Таким образом, величина одной части равна $880 : 11 = 80$ тысячам рублей. При этом на акции компании В приходится 3 части, значит стоимость приобретенных акций компании В, равна $80 \cdot 3 = 240$ тысяч рублей.

Ответ: 240.

7. Тема “Проценты”

Сколько процентов числа 7 составляет сумма его и четырех процентов числа 28? Знак процента в ответе не пишете.

Решение. Четыре процента от числа 28 равны $0,04 \cdot 28 = 1,12$. Тогда $7 + 1,12 = 8,12$. Чтобы узнать, сколько процентов составляет число 8,12 от 7, вычислим $\frac{8,12}{7} 100\% = 116\%$.

Ответ: 116.

8. Тема “Иррациональные числа”

Вычислите $\frac{1}{\sqrt{6}-\sqrt{5}} - \frac{3}{\sqrt{5}-\sqrt{2}} - \frac{4}{\sqrt{6}+\sqrt{2}}$.

Решение. Каждую дробь умножим и разделим на число, сопряженное знаменателю дроби, от этого величина дроби, очевидно, не изменится. Получим

$$\frac{1}{\sqrt{6}-\sqrt{5}} - \frac{3}{\sqrt{5}-\sqrt{2}} - \frac{4}{\sqrt{6}+\sqrt{2}} = \frac{\sqrt{6}+\sqrt{5}}{(\sqrt{6}+\sqrt{5})(\sqrt{6}-\sqrt{5})} - \frac{3(\sqrt{5}+\sqrt{2})}{(\sqrt{5}-\sqrt{2})(\sqrt{5}+\sqrt{2})} - \frac{4(\sqrt{6}-\sqrt{2})}{(\sqrt{6}+\sqrt{2})(\sqrt{6}-\sqrt{2})}.$$

Используя формулу для разности квадратов, приведем выражение к виду

$$\frac{\sqrt{6}+\sqrt{5}}{6-5} - \frac{3(\sqrt{5}+\sqrt{2})}{5-2} - \frac{4(\sqrt{6}-\sqrt{2})}{6-2} = \sqrt{6}+\sqrt{5}-\sqrt{5}-\sqrt{2}-\sqrt{6}+\sqrt{2} = 0$$

Ответ: 0.

9. Тема “Задачи на проценты”

Товар стоимостью 3500 рублей уценивали дважды на одно и то же число процентов. Найти это число, если известно, что после двойного снижения цены товар стал стоить 2835 рублей. Знак процента в ответе не пишете.

Решение. Пусть искомое число процентов равно x , тогда после первого снижения цена товара стала равна $3500\left(1-\frac{x}{100}\right)$ рублей, а после второго – $3500\left(1-\frac{x}{100}\right)^2$ рублей.

Составим уравнение $3500\left(1-\frac{x}{100}\right)^2 = 2835$. Разделим обе части уравнения на 3500,

сократим полученную дробь в правой части. Получим уравнение $\left(1-\frac{x}{100}\right)^2 = \frac{81}{100}$. Это

уравнение равносильно совокупности уравнений
$$\begin{cases} 1-\frac{x}{100} = \frac{9}{10} \\ 1-\frac{x}{100} = -\frac{9}{10} \end{cases}$$
. Из первого уравнения

следует, что $x = 10$. Из второго следует, что $x = 190$. Это значение не подходит по смыслу задачи: нельзя снизить цену более, чем на 100%

Ответ: 10.

10. Тема “Задачи на работу”

Бригада выпускала за смену 500 деталей. После того, как из состава бригады вывели 5 человек, а каждый из оставшихся в бригаде рабочих увеличил производительность труда на 5 деталей за смену, бригада стала выпускать за смену на 10% деталей меньше. Сколько рабочих было в бригаде вначале?

Решение. Будем использовать формулу, выражающую выполненную за смену работу A через количество рабочих n и производительность труда одного рабочего w (количество деталей, выпущенное одним рабочим за смену): $A = nw$. Пусть x – количество рабочих в бригаде вначале. Запишем в таблицу данные задачи и результаты вычислений по формуле.

	Количество рабочих n	Производительность труда одного рабочего w (количество деталей за смену, выпущенное одним рабочим)	Выполненная работа за смену A (количество деталей за смену, выпущенное бригадой)
Первоначальный состав бригады	x	$\frac{500}{x}$	500
Измененный состав бригады	$x - 5$	$\frac{500}{x} + 5$	450

Составим уравнение $(x - 5)\left(\frac{500}{x} + 5\right) = 450$. Приведем его к квадратному уравнению $x^2 + 5x - 500 = 0$. Его корнями являются числа 20 и -25 . Второй корень, очевидно, не подходит по смыслу задачи.

Ответ: 20 человек.

11. Тема “Задачи на смеси”

Руда содержит 40% примесей, а выплавленный металл содержит 4% примесей. Сколько тонн металла получится из 24 тонн руды?

Решение. Процесс выплавки металла состоит в избавлении руды от примесей. При этом количество чистого металла остается неизменным. Руда содержит 40% примесей, значит, чистый металл в руде составляет 60%. Тогда вес чистого металла в 24 тоннах руды равен $24 \cdot 0,6 = 14,4$ тонны. В выплавленном металле примеси составляют 4%, значит, на чистый металл приходится 96%. Пусть x – вес выплавленного металла. Тогда $0,96x$ – вес чистого металла в выплавленном. Составим уравнение $0,96x = 14,4$. Решая его, получим $x = 15$.

Ответ: 15.

12. Тема “Задачи на движение”

Катер прошел расстояние между двумя речными пристанями, равное 90 км, туда и обратно за 12 часов. Скорость течения реки равна 4 км/час. Сколько километров в час составляет скорость катера в стоячей воде?

Решение. Пусть x – скорость катера в стоячей воде. Тогда $x + 4$ – скорость катера на пути по течению реки, а $x - 4$ – скорость катера на пути против течения реки. Будем использовать формулу, выражающую время движения через пройденный путь и скорость движения:

$t = \frac{S}{v}$. Запишем в таблицу данные задачи и результаты вычислений по формуле.

	Время движения t (часы)	Скорость движения v (км/час)	Пройденный путь S (км)
Движение по течению	$\frac{90}{x+4}$	$x+4$	90
Движение против течения	$\frac{90}{x-4}$	$x-4$	90

Учитывая, что весь путь занял 12 часов, составим уравнение $\frac{90}{x+4} + \frac{90}{x-4} = 12$.

Приведем дроби в левой части уравнения к общему знаменателю, получим $\frac{90(x-4) + 90(x+4)}{(x-4)(x+4)} = 12$. Раскроем в числителе скобки, приведем подобные члены и

умножим обе части уравнения на $(x-4)(x+4)$. После упрощения получим квадратное уравнение $x^2 - 15x - 16 = 0$. Его корнями являются числа 16 и -1 . Второй корень, очевидно, не подходит по смыслу задачи.

Ответ: 16.

13. Тема “Задачи на целые числа”

В первый день магазин продавал холодильники по цене 12 тысяч рублей за штуку, а во второй день со скидкой по 11 тысяч рублей за штуку. При этом оказалось, что стоимость всех холодильников, проданных в первый день, составляет 80% от стоимости всех холодильников, проданных во второй день. Какое наименьшее количество холодильников могло быть продано во второй день?

Решение. Пусть n – количество холодильников, проданных в первый день, а m – количество холодильников, проданных во второй день. Очевидно, что n и m – целые числа. Стоимость всех холодильников, проданных в первый день равна $12n$ тысяч рублей, а во второй день – $11m$ тысяч рублей. Составим уравнение $12n = 0,8 \cdot 11m$. Разделим обе части уравнения на 0,8, получим уравнение с целыми коэффициентами $15n = 11m$. Поскольку n и m являются целыми числами, из уравнения следует, что $11m$ должно делиться на 15. Поскольку 11 на 15 не делится, то на 15 должно делиться число m . Наименьшим целым

положительным числом, делящимся на 15, является само число 15. Значит наименьшее количество холодильников, проданных во второй день, равно 15.

Ответ: 15.

14. Тема “Тригонометрические уравнения”

Решите уравнение $3\sin^2 x - 4\sin x \cos x + \cos^2 x = 0$ на промежутке $[45^\circ; 180^\circ]$. Если корней несколько, в ответ запишите их сумму, выраженную в градусах. Знак градуса в ответе не пишите.

Решение. Разделим обе части уравнения на $\cos^2 x$, (заметим, что значения x , при которых $\cos x = 0$, не являются корнями данного уравнения, поскольку для таких значений x было бы верно также $\sin x = 0$, что противоречит основному тригонометрическому тождеству). Получим уравнение $3\frac{\sin^2 x}{\cos^2 x} - 4\frac{\sin x}{\cos x} + 1 = 0 \Leftrightarrow 3tg^2 x - 4tgx + 1 = 0$. Положим $t = tgx$. Решим квадратное уравнение $3t^2 - 4t + 1 = 0$. Его корнями являются числа $t_1 = 1, t_2 = \frac{1}{3}$. Решением уравнения $tgx = 1$ являются числа $x = \frac{\pi}{4} + \pi k$, где $k \in Z$, а решением уравнения $tgx = \frac{1}{3}$ являются числа $x = \arctg \frac{1}{3} + \pi k$, где $k \in Z$. Выразим концы промежутка $[45^\circ; 180^\circ]$ в радианах, получим промежуток $\left[\frac{\pi}{4}; \pi\right]$. Среди всех полученных значений x , только $x = \frac{\pi}{4}$ попадает в данный промежуток. Следовательно, исходное уравнение имеет на данном промежутке только один корень $x = \frac{\pi}{4}$, или $x = 45^\circ$.

Ответ: 45.

15. Тема “Геометрия”

Около окружности описана равнобедренная трапеция с боковой стороной равной 10. Найдите среднюю линию трапеции.

Решение. Будем использовать теорему: в четырехугольник можно вписать окружность тогда и только тогда, когда суммы длин противоположных сторон четырехугольника равны.

Длина средней линии трапеции равна полусумме длин оснований трапеции. Значит, длина средней линии равна также полусумме длин боковых сторон трапеции: $\frac{10+10}{2} = 10$.

Ответ: 10.

16. Тема “Логарифмическое уравнение”

$$\log_{27} x + \log_9 x + \log_3 x = \frac{11}{3}.$$

Решение. Под знаком логарифма могут стоять только положительные числа, значит областью допустимых значений (ОДЗ) неизвестной величины x является множество $(0; +\infty)$

. Запишем уравнение в виде: $\log_{3^3} x + \log_{3^2} x + \log_3 x = \frac{11}{3}$. Пользуясь свойством логарифмов, приведем уравнение к виду: $\frac{1}{3}\log_3 x + \frac{1}{2}\log_3 x + \log_3 x = \frac{11}{3} \Leftrightarrow \frac{11}{6}\log_3 x = \frac{11}{3}$, откуда $\log_3 x = 2$. Из определения логарифма следует, что $x = 9$.

Ответ: 9.

17. Тема “Прогрессии”

Завод по плану должен был выпустить некоторое количество станков за 12 дней. В первый день было выпущено 5% от всего запланированного количества станков, а в каждый следующий день выпускали на 2 станка больше, чем в предыдущий. В результате за 12 дней выпустили станков на 20% больше, чем было запланировано. Сколько станков нужно было выпустить по плану?

Решение. Пусть x – количество станков, которое нужно было выпустить по плану. Тогда в первый день было выпущено $0,05x$ станков. Выпуски станков в последующие дни образуют арифметическую прогрессию первым членом $a_1 = 0,05x$ и разностью $d = 2$. По формуле суммы арифметической прогрессии найдем количество станков, выпущенное за 12 дней:

$$S_{12} = \frac{a_1 + a_{12}}{2} \cdot 12 = \frac{a_1 + a_1 + 11d}{2} \cdot 12 = 12a_1 + 66d = 12a_1 + 132 = 12 \cdot 0,05x + 132 = 0,6x + 132.$$

Поскольку за 12 дней было выпущено на 20% станков больше, чем запланировано, составим уравнение: $0,6x + 132 = 1,2x \Leftrightarrow x = 220$.

Ответ: 220.

18. Тема “Рациональные неравенства”

Решите неравенство:

$$(x^2 + 6x + 7)^2 < (x^2 + 4x + 5)^2.$$

Варианты ответов:

A. $(-3; -2); (-1; +\infty)$

Б. $(-\infty; -1)$

В. $(-\infty; -3); (-2; -1)$

Г. $(-3; +\infty)$

Д. $(-3; -1)$

Решение. Приведем уравнение к виду $(x^2 + 6x + 7)^2 - (x^2 + 4x + 5)^2 < 0$ и воспользуемся формулой для разности квадратов. Получим неравенство:
 $(x^2 + 6x + 7 - x^2 - 4x - 5)(x^2 + 6x + 7 + x^2 + 4x + 5) < 0 \Leftrightarrow (2x + 2)(2x^2 + 10x + 12) < 0 \Leftrightarrow$
 $\Leftrightarrow (x + 1)(x^2 + 5x + 6) < 0 \Leftrightarrow (x + 1)(x + 2)(x + 3) < 0.$

Решим полученное неравенство методом интервалов, получим, что неравенству удовлетворяют точки из промежутков $(-\infty; -3); (-2; -1)$.

Ответ: В.

19. Тема “Функции”

Сколько точек пересечения имеют графики функций $y = \frac{8}{x}$ и $y = x^2$?

Решение. Если точка является точкой пересечения двух линий, ее координаты удовлетворяют уравнениям этих линий. Значит, чтобы найти точки пересечения графиков данных функций, нужно решить систему уравнений:

$$\begin{cases} y = \frac{8}{x} \\ y = x^2 \end{cases} \text{ . Запишем систему в виде } \begin{cases} y = \frac{8}{x} \\ x^2 = \frac{8}{x} \end{cases} \text{ . Умножив обе части второго уравнения на } x,$$

приведем его к виду $x^3 = 8$. Это уравнение имеет единственный корень $x = 2$. Тогда и неизвестная величина y также принимает единственное значение $y = 4$. Следовательно, графики функций имеют единственную точку пересечения.

Ответ: 1.

20. Тема “Задачи с параметрами”

Найдите все значения параметра a , при которых уравнение $x^2 + ax + 1 = 0$ имеет два различных положительных корня. Варианты ответов:

А. $-2 < a < 2$

Б. $a < 0; a > 2$

В. $a < -2$

Г. $a > -2$

Д. $a > 0; a < -2$

Решение. Количество корней квадратного уравнения определяется знаком дискриминанта квадратного трехчлена D . Для того, чтобы уравнение имело два различных корня, необходимо и достаточно, чтобы $D > 0$. Данное уравнение имеет два различных корня, если дискриминант $D = a^2 - 4 > 0 \Leftrightarrow \begin{cases} a < -2 \\ a > 2 \end{cases}$.

Пусть x_1, x_2 – корни данного уравнения. Тогда условие того, что они оба положительны, можно записать в виде: $\begin{cases} x_1 + x_2 > 0 \\ x_1 x_2 > 0 \end{cases}$. По теореме Виета в данном уравнении $x_1 + x_2 = -a$ и $x_1 x_2 = 1$. Таким образом, условие $x_1 x_2 > 0$ выполняется для всех значений a , а условие $x_1 + x_2 > 0$ выполняется для $-a > 0 \Leftrightarrow a < 0$. Учитывая условие положительности дискриминанта, получим, что все требуемые условия выполняются при $a < -2$.

Ответ: В.

2. Разбор заданий очного тура

Задания очного тура включали вопросы и задачи на знания по школьному курсу обществознания и экономики, а также знания о состоянии и развитии нефтегазовой отрасли в России и в мире.

Задание №1 содержит 10 вопросов. Каждый верный ответ оценивается в 1 балл; неправильный ответ «штрафуется» вычитанием 0,5 балла.

Задание №2 содержит задачу №1. Правильно решенная экономическая задача оценивается в 4 балла, отсутствие ответа/неполный или неправильный ответ — 0 баллов.

Задание №3 содержит задачу №2. Правильно решенная экономическая задача оценивается в 4 балла, отсутствие ответа/неполный или неправильный ответ — 0 баллов.

Задание №4 содержит пять открытых экономических вопросов. Правильный ответ в каждом из пяти вопросов оценивается в 1 балл. Максимальное количество баллов за задание – 5 баллов.

Задание №5 предполагает множественный выбор из предлагаемых вариантов. Каждый верный ответ оценивается в 0,5 балла; неправильный ответ «штрафуется» вычитанием 0,5 балла.

Задание №6 содержит: 2 варианта на выбор для 9 класса (6.1 и 6.2), и 3 задания – для 10-11 классов (6.1, 6.2, 6.3). Участнику нужно выполнить только один из вариантов. Количество баллов, выставляемых за на задание, зависит от полноты и правильности вашего ответа. Оцениваться будет и полный правильный, и частично правильный ответ. При оценке ответа учитываются: а) знание терминологии и конкретного материала соответствующей области экономики; б) полнота раскрытия проблемы; в) умение связать теоретический материал с практическими примерами; г) аргументированность, четкость и структурированность ответа. Полностью правильный ответ на задание оценивается максимально в 9 баллов.

Максимальное количество баллов за правильно выполненные задания – 30 баллов.

2.1. Решения заданий 9 класса

Задание 1. Внимательно прочтите текст. Ответьте на приведенный после текста вопрос.

8 декабря 2016 года в Амстердаме компания South Stream Transport B.V. подписала контракт с компанией Allseas Group S.A. на строительство первой нитки морского участка газопровода «Турецкий поток» с опционом на укладку второй нитки.

«Турецкий поток» — проект бестранзитного экспортного газопровода из России в Турцию через Черное море и далее до границы Турции с сопредельными странами.

Первая нитка газопровода будет предназначена для турецкого рынка, вторая — для газоснабжения стран Южной и Юго-Восточной Европы. Мощность каждой нитки — 15,75 млрд куб. м газа в год. 10 октября 2016 года Россия и Турция подписали межправительственное соглашение по проекту «Турецкий поток». Морской участок газопровода реализуется компанией South Stream Transport B.V. (100-процентное дочернее общество ПАО «Газпром»).

По контракту Allseas должна уложить по морскому дну более 900 км трубы. Для выполнения этой работы компания планирует задействовать новое крупнейшее в мире строительное судно *Pioneering Spirit*, оснащенное шестью установками для сварки и нанесения покрытия.

Allseas Group S.A. — мировой лидер в укладке подводных трубопроводов и строительстве подводных сооружений. Компания занимается комплексной реализацией проектов, включая проектирование, организацию поставок материалов и техники, строительство и ввод в эксплуатацию.

Allseas приступит к укладке первой нитки во втором полугодии 2017 года.

9 декабря 2016 года дочерняя структура «Газпрома» — компания Nord Stream 2 AG, сообщила, что Allseas выиграла тендер на укладку первой морской нитки трубопровода «Северный поток-2».

Вопрос: Какие из приведенных ниже утверждений соответствуют реальным фактам? Выберите верные ответы и запишите их в бланк ответов.

- а) РФ является лидером в мире по добыче газа
- б) газопровод «Турецкий поток» после завершения его строительства будет самым длинным газопроводом в мире
- в) себестоимость производства электроэнергии на атомных электростанциях выше, чем на электростанциях, использующих органическое топливо
- г) экономика РФ в настоящее время не зависит от развития топливно-энергетического комплекса
- д) бурное развитие энергетики как отрасли в мире пришлось на XIX век
- е) цена газа на мировом рынке формируется под воздействием спроса и предложения
- ж) мультимедийный научно-познавательный Музей магистрального транспорта газа создан в Москве
- з) в РФ газификация населенных пунктов составляет 90%
- и) Российская Федерация остается третьим крупнейшим мировым производителем ископаемых энергоресурсов после Китая и США
- к) среди всех видов органического топлива в настоящее время газ занимает наибольшую долю в мировом потреблении первичных энергетических ресурсов

Верные ответы: А, Е, Ж, И.

Задание 2. Воспользовавшись данными, приведенными в таблице 1, реши задачу.

Таблица 1 - Европейские страны-импортеры газа РФ по трубопроводу в 2015 году

Страна	млрд м ³	Страна	млрд м ³
Австрия	4,3	Венгрия	5,8
Бельгия	10,9	Италия	24,0
Чешская республика	4,1	Нидерланды	2,3
Финляндия	2,7	Польша	8,8
Франция	9,5	Словакия	3,7
Германия	45,2	Турция	26,6
Греция	1,9	Другие страны Европы	9,8
Суммарно в Европу			159,8

Задача 1: На сколько процентов по сравнению с 2015 годом увеличится объем поставок российского газа в Турцию с введением газопровода «Турецкий поток»?

Решение: В 2015 году объем поставок газа в Турцию был 26,6 млрд м³, с введением первой нитки (для Турции) – он составит: $26,6 + 15,75 = 42,35$

Если 26,6 – 100%, то 42,35 – 159,2 %.

Значит, поставки увеличат объемы на 59,2%.

Ответ: на 59,2%.

Задание 3. Реши задачу.

Задача 2. Допустим, что в конце 2014 года Вы купили 1 000 акций ПАО «Газпром» и продали их в начале 2016 года, после выплаты дивидендов. Какой доход Вы получили за этот период? Воспользуйтесь для решения данными таблицы 2.

Таблица 2 – Рыночные индикаторы деятельности ПАО «Газпром»

Рыночный показатель	Ед. измерения	По состоянию на конец года			
		2012	2013	2014	2015
Цена за акцию на ММВБ	руб.	143,91	138,75	130,31	136,09
Дивиденды на обыкновенную акцию	руб.	5,99	7,20	7,20	7,89

Решение: Покупка 1 000 акций обойдется в конце 2014 года в сумму 130 310 рублей.

Дивидендов за 2014 год будет выплачено: $1\,000 \times 7,20 = 7\,200$ рублей.

Дивидендов за 2015 год будет выплачено: $1\,000 \times 7,89 = 7\,890$ рублей.

При продаже в 2016 году можно получить сумму 136 090 рублей.

Соответственно доход составит: $136\,090 - 130\,310 + 7\,200 + 7\,890 = 20\,870$ рублей.

Ответ: 20 870 рублей.

Задание 4. В предложенных ниже тестах выберите один правильный вариант ответа.

4.1. Какие риски предполагается устранить с введением в строй газопровода «Турецкий поток»:

- а) незаконного изъятия газа в стране-транзитере
- б) утечки газа в результате аварии
- в) снижения спроса на российский газ
- г) снижения цены на российский газ

4.2. Что выпадает из общего логического ряда:

- а) Газпром
- б) московский метрополитен
- в) РЖД

г) Аэрофлот

4.3. Потребности какого уровня пирамиды Маслоу дает возможность реализовывать потребителям использование газа для коммунальных нужд:

- а) первого
- б) первого и второго
- в) второго
- г) второго и третьего

4.4. С точки зрения экономиста, строительное судно Pioneering Spirit представляет собой:

- а) предмет труда
- б) средство труда
- в) инвестиционный ресурс
- г) финансовый ресурс

4.5. Какой финансовый инструмент обладает наивысшей доходностью по сравнению с другими:

- а) акция
- б) облигация
- в) страховой полис
- г) банковский вклад

Верные ответы: а, г, б, б, а

Задание 5. Поставьте в соответствие вариантам первого столбца варианты ответов

№ варианта	Вариант	№ ответа	Ответ
1	Репутация ПАО «Газпром»	А	Свободное благо
2	Построенный газопровод	Б	Экономическое благо

3	Новое оборудование, приобретаемое для замены изношенного	В	Инвестиционное благо
4	Облигации	Г	Непередаваемое благо
5	Газ, передаваемый потребителям	Д	Общественное благо
6.	Солнечная энергия		

Верные ответы: 1 – Г, 2 – Б, 3 – Б, В, 4 – Б, В, 5 – Б, 6 – А

Задание 6. Выберите для ответа один из 2 вариантов.

6.1. Изучите проблемную ситуацию «После сланцевой революции России угрожает недооценка возможностей альтернативной энергетики»

Возобновляемую энергетику российские чиновники считают дорогой и неконкурентоспособной по сравнению с углеводородами. И это заблуждение может обойтись России так же дорого, как и игнорирование сланцевой революции. Стремительный прогресс альтернативной энергетики уже сделал конкурентоспособными ветряные и солнечные электростанции. В 30 странах мира чистая энергия уже стоит меньше, чем энергия из ископаемых источников, отмечается в отчете Всемирного экономического форума (ВЭФ). В ближайшей перспективе альтернативная энергетика станет более выгодной для большинства стран, что обернется новым падением мировых цен на нефть.

Более чем в 30 странах нынешняя себестоимость энергии из альтернативных источников оказывается ниже себестоимости энергии из углеводородов, отмечается в исследовании ВЭФ. Среди стран победившей альтернативной энергетики упоминаются, в частности, Австралия, Бразилия, Мексика и Чили. Еще две трети стран мира достигнут паритета стоимости производства энергии из возобновляемых источников и из ископаемого топлива в следующие два года.

Пока энергия из ископаемых источников стоит, как правило, дешевле, чем чистая энергия. Но с каждым годом этот разрыв сокращается. Например, только за последние 10 лет средняя цена киловатта ветряной энергии снизилась почти на 60%. «В настоящее время Дания является лидером по разработке, производству и использованию ветровых электростанций – 90% ветровых турбин в мире установлено датскими компаниями. Это доказывает, что ветровая энергетика не только экологически безопасна, но еще и приносит прибыль», – приводил пример на конгрессе ветровой энергетики профессор Технологического института Сиднея Свен Тески.

К примеру, Китай к 2020 году планирует повысить долю ВИЭ до 15%, Египет – до 20%, Евросоюз – до 30%. Увы, планы российских властей существенно скромнее – до 4,5%.

Дайте развернутые ответы на вопросы:

- 1) Какие виды альтернативной энергетики/энергетики из возобновляемых источников Вы знаете?
- 2) Какой вид альтернативной энергетики следует (или не следует) развивать России в ближайшей перспективе и почему? Приведите аргументы в защиту своей позиции.
- 3) Как Вы считаете, почему РФ отстает от других стран в развитии альтернативной энергетики?

6.2. Изучите проблемную ситуацию «Газпром» расширяет номенклатуру рекомендованной к применению инновационной продукции»

8 декабря 2016 года в центральном офисе ПАО «Газпром» Председатель Правления Алексей Миллер и Председатель Правления ООО «УК „РОСНАНО“» Анатолий Чубайс провели очередное совместное совещание по вопросам применения инновационных решений в деятельности «Газпрома».

В работе совещания приняли участие члены Правления, руководители профильных подразделений и организаций ПАО «Газпром» и РОСНАНО, а также представители предприятий nanoиндустрии.

На совещании обсуждалась совместная работа по внедрению инновационного оборудования на существующих и перспективных производственных объектах «Газпрома», в том числе на Востоке России. Отмечено, что номенклатура предлагаемой и одобренной продукции постоянно расширяется.

В частности, после проведения испытаний рекомендованы к применению импортозамещающие мембранные модули АО «РМ Нанотех» для подготовки воды на электроэнергетических и теплогенерирующих объектах Группы «Газпром», системы постоянного тока на основе литий-ионных аккумуляторов производства ООО «Ольдам», электроизолирующие ложементы в составе опор трубопроводов для их защиты от коррозии, изготавливаемые ООО «ИФТ».

В реестр трубной продукции, допущенной к применению на объектах «Газпрома», включены трубы с наномодифицированным цементно-песчаным покрытием ООО «БТ СВАП», улучшающим защиту поверхности труб от механических воздействий при прокладке газопроводов в сложных условиях.

Продолжается совместная работа «Газпрома» и РОСНАНО по созданию отечественных мембранных элементов для выделения гелия из природного газа, а также композитных газопроводных труб.

В июне 2016 года в «Газпроме» была утверждена Программа инновационного развития компании до 2025 года. Основная цель Программы — постоянное повышение технологического уровня «Газпрома» для поддержания позиций технологического лидера в мировом энергетическом бизнесе. Программа предусматривает активное сотрудничество с корпоративными и сторонними научными организациями в рамках проведения научно-исследовательских и опытно-конструкторских работ, а также с государственными институтами развития, высшими учебными заведениями по организации совместных исследований и подготовке кадров.

Дайте развернутые ответы на вопросы:

1) Как Вы считаете, что значит быть технологическим лидером в мировом энергетическом бизнесе?

2) Как, на Ваш взгляд, связаны проблемы импортозамещения и развития нанотехнологий для Газпрома?

Как Вы считаете, почему Газпром проводит политику активного взаимодействия с вузами по организации совместных исследований и подготовке кадров?

2.2. Решение заданий 10-11 класса

Задание 1. Внимательно прочти текст. Ответь на приведенный после текста вопрос.

В «Газпроме» состоялась рабочая встреча председателя правления компании Алексея Миллера и чрезвычайного и полномочного посла КНР в Российской Федерации Ли Хуэя.

Участники встречи высоко оценили уровень и динамику развития российско-китайских отношений в газовой сфере. Стороны отметили, говорится в сообщении газового монополиста, что двустороннее партнерство охватывает значительное количество направлений и продолжает расширяться.

Ключевым пунктом повестки остаются поставки в Китай российского трубопроводного газа. Стороны подтвердили полное соблюдение графика реализации проекта поставок газа по «восточному» маршруту и обсудили ход переговоров по проекту поставок по «западному» маршруту. На встрече также была подчеркнута важность сотрудничества в таких сферах как подземное хранение газа, газовая энергогенерация и газомоторное топливо.

Напомним, в 2014 году «Газпром» и китайская государственная нефтегазовая компания CNPC подписали Договор купли-продажи российского газа по «восточному» маршруту (по газопроводу «Сила Сибири»). Договор заключен сроком на 30 лет и предполагает поставку в КНР 38 млрд куб. м газа в год. В 2015 году «Газпром» и CNPC подписали соглашение об основных условиях трубопроводных поставок газа

с месторождений Западной Сибири в Китай по «западному» маршруту (газопроводу «Сила Сибири-2»). Первоначально предусматривалась поставка в Китай 30 млрд куб. м газа в год.

Позже, в 2015 году «Газпром» и CNPC подписали меморандум о взаимопонимании по проекту трубопроводных поставок природного газа в Китай с Дальнего Востока России.

По мнению начальника управления операций на российском фондовом рынке ИК "Фридом Финанс" Георгия Ващенко, у сторон нет существенных разногласий по срокам. Для Газпрома важно зафиксировать объемы, чтобы иметь стабильного потребителя. Дело в том, что азиатский рынок – премиальный по цене, и конкуренция со стороны поставщиков сжиженного природного газа (СПГ) там высокая, в том числе, за счет проектов того же Газпрома на Сахалине. За счет крупных объемов можно отсеять более мелких конкурентов.

Обеспечение стабильных поставок 30 млрд куб м газа в год для Китая – надежный способ закрепится на Востоке. Более того у Газпрома на данный момент перепроизводство сырья составляет более 200 млрд куб м газа и в его интересах успеть в срок запустить проект к маю 2019 года – китайцы находятся в более выигрышном положении, за срыв сроков по обязательствам они могут попросить еще скидок на газ и нефть, а также медлить с ответом по Силе Сибири-2, которая подразумевает поставки еще 38 млрд куб м газа в год.

Между тем согласно китайской энергетической стратегии до 2030 года стране необходимо перевести собственную промышленность и генерации теплоэнергии с угля на газ, и внутреннее потребление газа с текущего в размере 53 млрд куб м в год должно составить 270 млрд куб м. При осуществлении перехода в ближайшие 7 лет потребление должно дорасти до 100 млрд куб м газа ежегодно. При таком раскладе, полагают аналитики, Сила Сибири-1 могла бы покрывать потребности Китая в газе более чем на половину и строительство второй ветки восточного маршрута в этой ситуации вполне логично.

Другой вопрос, захочет ли Китай строить Силу Сибири-2 и согласится ли Газпром на обозначенные условия, ведь строительство инфраструктуры по российской стороне финансируется за счет монополиста, а условия прокладки для компании одни из самых дорогостоящих: общая стоимость проекта оценивается в 44,3 млрд долл и несмотря на то что из-за девальвации российской валюты он подешевел с 55 млрд долл – добиться безубыточности при неполной загрузки трубопровода будет крайне тяжело. Добавим сюда, что Китай рассматривает в качестве поставщика газа еще и такие страны как Туркмения, Казахстан и Мьянма. Также дорогу может перейти проект Ямал СПГ от НОВАТЭКа.

Вопрос: Какие из приведенных ниже утверждений соответствуют реальным фактам? Выберите верные ответы и укажите их в бланке ответов.

а) ПАО «Газпром» занимает 1-е место в мире по размеру газотранспортной системы

б) РФ после аварии на японской атомной станции отказалась от строительства новых атомных станции на своей территории

в) в мировом потреблении наибольшую долю среди энергоресурсов занимает нефть

- г) в РФ газификация населенных пунктов составляет 95%
- д) РФ является лидером в мире по добыче нефти
- е) ПАО «Газпром» – крупнейший поставщик газа в Европу
- ж) Россия занимает 4-е место в мире среди крупнейших потребителей энергоресурсов после Китая, США и Индии
- з) добыча газа в России началась после революции 1917 года
- и) РФ является страной-участницей ОПЕК
- к) мультимедийный научно-познавательный Музей магистрального транспорта газа создан в Санкт-Петербурге

Верные ответы: А, В, Е, Ж

Задание 2. Воспользовавшись данными, приведенными в таблице 1, реши задачу.

Таблица 1 - Импорт газа по трубам в Китай в 2015 году (млрд м³)

Страна-экспортер	Объем поставок
Казахстан	0,4
Туркменистан	27,7
Узбекистан	1,5
Мьянма	3,9
Всего	33,6

Задача 1: На сколько процентов по сравнению с 2015 годом увеличатся объемы поставок газа по трубам в Китай с введением газопроводов «Сила Сибири-1» и «Сила Сибири-2»?

Решение: В 2015 году объем поставок газа по трубам в Китай составлял 33,6 млрд м³, с введением газопроводов «Сила Сибири-1» и «Сила Сибири-2» он составит: $33,6 + 38 \times 2 = 109,6$ м³.

Если 33,6 – 100%, то 109,6 – 329,1 %. Значит, поставки увеличат объемы на 229,1%.

Ответ: на 229,1%.

Задание 3. Реши задачу.

Задача 2: Строительство крупнейшего в мире трубоукладчика подводных газопроводов – судна *Pioneering Spirit* – в 2012 году обошлось владельцам в 3 млрд долларов. Оно может принимать на борт грузы весом до 48 тысяч тонн. Однако это судно пробудет крупнейшим в мире недолго.

В 2016 году владелец судна – компания *Allseas* – заявила, что планирует постройку корабля такого же типа шириной 160 метров и длиной 400 метров. Такое судно сможет перевозить грузы весом до 77 тысяч тонн. Его планируют ввести в строй в 2020 году.

Допустим, что судостроительная компания взяла кредит на постройку судна в размере 1 млрд долларов сроком на 4 года из расчета 3% годовых. Рассчитайте, какова будет стоимость нового судна в млрд долларов на момент окончания строительства в 2019 году, приняв в расчет увеличение параметров, рост цен в момент закупки комплектующих на 10% по сравнению с предшествующим периодом, а так же выплату процентов по кредиту.

(В расчете учитываем две цифры после запятой, применяя правила округления)

Решение: Новое судно будет больше старого в 1,6 раза: $77/48 = 1,6$

Рассчитаем, какова цена кредита с процентами, принимая во внимание, что расчет ведем по формуле сложных процентов: $1 \text{ млрд} \times 1,03^4 = 1 \text{ млрд} \times 1,13 = 1,13 \text{ млрд}$.

Сумма процентов: 0,13 млрд

Общая стоимость судна составит: $(1,6 \times 1,1 \times 3) + 0,13 = 5,28 + 0,13 = 5,41 \text{ млрд}$ долларов

Ответ: 5,41 млрд долларов

Задание 4. В предложенных ниже тестах выберите один правильный вариант ответа.

4.1. Россия и Китай одновременно являются членами в таких международных организациях как (найдите неверный ответ):

- а) ШОС
- б) Совет безопасности ООН
- в) ЕврАзЭС
- г) БРИКС

4.2. Что выпадает из общего логического ряда:

- а) Сила Сибири-1
- б) Северный поток-1
- в) Турецкий поток
- г) Северный поток-2

4.3. Что является высшим органом управления в структуре корпоративного управления ПАО «Газпром»:

- а) совет директоров
- б) совет акционеров
- в) общее собрание акционеров
- г) правление

4.4. С точки зрения экономиста, оплата поставок газа по договорам, есть пример:

- а) финансовой операции
- б) инвестиционной операции
- в) юридической операции
- г) залоговой операции

4.5. Какой газопровод является самым длинным в мире:

- а) Средняя Азия - Центр
- б) Теннесси
- в) Ямал-Европа
- г) Запад-Восток

Верные ответы: в, б, в, а, г

Задание 5. Поставьте в соответствие вариантам первого столбца варианты ответов

№ варианта	Вариант	№ ответа	Ответ
1	Репутация ПАО «Газпром»	А	Общественное благо
2	Судно Pioneering Spirit для прокладки труб по дну моря	Б	Экономическое благо

3	Новое оборудование, приобретаемое для замены изношенного	В	Инвестиционное благо
4	Акции	Г	Непередаваемое благо
5	Газовые фонари, установленные на улицах города	Д	Свободное благо

Верные ответы: 1 – Г, 2 – Б, 3 – Б, В, 4 – Б, В, 5 – А, Б

Задание 6. Выберите для ответа один из 3 вариантов.

6.1. Изучите проблемную ситуацию «После сланцевой революции России угрожает недооценка возможностей альтернативной энергетики»

Возобновляемую энергетику российские чиновники считают дорогой и неконкурентоспособной по сравнению с углеводородами. И это заблуждение может обойтись России так же дорого, как и игнорирование сланцевой революции. Стремительный прогресс альтернативной энергетики уже сделал конкурентоспособными ветряные и солнечные электростанции. В 30 странах мира чистая энергия уже стоит меньше, чем энергия из ископаемых источников, отмечается в отчете Всемирного экономического форума (ВЭФ). В ближайшей перспективе альтернативная энергетика станет более выгодной для большинства стран, что обернется новым падением мировых цен на нефть.

Более чем в 30 странах нынешняя себестоимость энергии из альтернативных источников оказывается ниже себестоимости энергии из углеводородов, отмечается в исследовании ВЭФ. Среди стран победившей альтернативной энергетики упоминаются, в частности, Австралия, Бразилия, Мексика и Чили. Еще две трети стран мира достигнут паритета стоимости производства энергии из возобновляемых источников и из ископаемого топлива в следующие два года.

Пока энергия из ископаемых источников стоит, как правило, дешевле, чем чистая энергия. Но с каждым годом этот разрыв сокращается. Например, только за последние 10 лет средняя цена киловатта ветряной энергии снизилась почти на 60%. «В настоящее время Дания является лидером по разработке, производству и использованию ветровых электростанций – 90% ветровых турбин в мире установлено датскими компаниями. Это доказывает, что ветровая энергетика не только экологически безопасна, но еще и приносит прибыль», – приводил пример на конгрессе ветровой энергетики профессор Технологического института Сиднея Свен Тески.

К примеру, Китай к 2020 году планирует повысить долю ВИЭ до 15%, Египет – до 20%, Евросоюз – до 30%. Увы, планы российских властей существенно скромнее – до 4,5%.

Дайте развернутые ответы на вопросы:

4) Какие виды альтернативной энергетики/энергетики из возобновляемых источников Вы знаете?

5) Какой вид альтернативной энергетики следует (или не следует) развивать России в ближайшей перспективе и почему? Приведите аргументы в защиту своей позиции.

6) Как Вы считаете, почему РФ отстает от других стран в развитии альтернативной энергетики?

6.2. Изучите проблемную ситуацию «Газпром» расширяет номенклатуру рекомендованной к применению инновационной продукции»

8 декабря 2016 года в центральном офисе ПАО «Газпром» Председатель Правления Алексей Миллер и Председатель Правления ООО «УК „РОСНАНО“» Анатолий Чубайс провели очередное совместное совещание по вопросам применения инновационных решений в деятельности «Газпрома».

В работе совещания приняли участие члены Правления, руководители профильных подразделений и организаций ПАО «Газпром» и РОСНАНО, а также представители предприятий наноиндустрии.

На совещании обсуждалась совместная работа по внедрению инновационного оборудования на существующих и перспективных производственных объектах «Газпрома», в том числе на Востоке России. Отмечено, что номенклатура предлагаемой и одобренной продукции постоянно расширяется.

В частности, после проведения испытаний рекомендованы к применению импортозамещающие мембранные модули АО «РМ Нанотех» для подготовки воды на электроэнергетических и теплогенерирующих объектах Группы «Газпром», системы постоянного тока на основе литий-ионных аккумуляторов производства ООО «Ольдам», электроизолирующие ложементы в составе опор трубопроводов для их защиты от коррозии, изготавливаемые ООО «ИФТ».

В реестр трубной продукции, допущенной к применению на объектах «Газпрома», включены трубы с наномодифицированным цементно-песчаным покрытием ООО «БТ СВАП», улучшающим защиту поверхности труб от механических воздействий при прокладке газопроводов в сложных условиях.

Продолжается совместная работа «Газпрома» и РОСНАНО по созданию отечественных мембранных элементов для выделения гелия из природного газа, а также композитных газопроводных труб.

В июне 2016 года в «Газпроме» была утверждена Программа инновационного развития компании до 2025 года. Основная цель Программы — постоянное повышение технологического уровня «Газпрома» для поддержания позиций технологического лидера в мировом энергетическом бизнесе. Программа предусматривает активное сотрудничество

с корпоративными и сторонними научными организациями в рамках проведения научно-исследовательских и опытно-конструкторских работ, а также с государственными институтами развития, высшими учебными заведениями по организации совместных исследований и подготовке кадров.

Дайте развернутые ответы на вопросы:

3) Как Вы считаете, что значит быть технологическим лидером в мировом энергетическом бизнесе?

4) Как, на Ваш взгляд, связаны проблемы импортозамещения и развития нанотехнологий для Газпрома?

5) Как Вы считаете, почему Газпром проводит политику активного взаимодействия с вузами по организации совместных исследований и подготовке кадров?

6.3. Изучите проблемную ситуацию «Национальная технологическая инициатива»

Национальная технологическая инициатива (НТИ) – государственная программа мер по поддержке развития в России перспективных отраслей, которые в течение следующих 20 лет могут стать основой мировой экономики.

Разработка НТИ началась в соответствии с поручением Президента России В. В. Путина по реализации послания Федеральному Собранию от 4 декабря 2014 года.

В Послании Владимир Путин обозначил Национальную технологическую инициативу в качестве одного из приоритетов государственной политики.

«На основе долгосрочного прогнозирования необходимо понять, с какими задачами Россия столкнется через 10-15 лет, какие передовые решения потребуются для того, чтобы обеспечить национальную безопасность, качество жизни людей, развитие отраслей нового технологического уклада», - отметил Президент.

Согласно поручению, Правительство РФ совместно с Агентством стратегических инициатив по продвижению новых проектов (АСИ), Российской академией наук (РАН), ведущими университетами и деловыми объединениями предпринимателей должно было подготовить доклад о разработке и реализации НТИ к 1 июля 2015 года, далее – один раз в полгода.

Мировая технологическая революция замещает сложившиеся отрасли и создает новые рынки. Большинство западных технологических стратегий используют в качестве ключевой точки 2035 год: ближайшие десять лет они отводят на доработку технологических решений и вывод на рынок новых продуктов, а следующие десять лет уйдет на раздел мирового рынка и замещение существующих технологий. Например, нет ни одной крупной автомобильной компании, которая инвестировала бы в двигатель внутреннего сгорания или в человека за рулем после 2025 года – все они готовятся к

беспилотному электротранспорту. Мы же пока продолжаем инвестировать в строительство отрасли, которой осталось жить 10 лет, и которая находится под контролем иностранных производителей, не собирающихся передавать нам интеллектуальную собственность по ключевым компетенциям будущего рынка.

Для развития в рамках Национальной технологической инициативы было отобрано 9 ключевых рынков:

- три из них касаются безопасности страны и ее системного обеспечения ресурсами: это рынок питания (FoodNet), энергии (EnergyNet) и безопасности (SafeNet)
- три касаются преобразований в транспортной системе: это рынок беспилотного автотранспорта (AutoNet), воздушного транспорта (AeroNet) и морского / речного транспорта (MariNet)
- и наконец три касаются наиболее важных сфер человеческой жизни, где происходят «сумасшедшие» технологические изменения: это рынок «цифрового» здоровья (HealthNet), новых финансов (FinNet) и нейрокоммуникаций (NeuroNet).

Почему именно эти рынки? Организаторы подчеркивают: «Мы не верим, что может быть исчерпывающая модель описания будущего, и наш рецепт – это комбинация системного анализа и лидерской энергии. В пилотной работе над дорожными картами НТИ мы сделали ставку на очевидные рынки, где мы видим аналогичные движения в других странах, и где в России есть сильные лидеры и сообщества. Список рынков не исчерпывающий, и мы предполагаем запускать работу над новыми рынками каждый год».

Почему в названии всех рынков будущего присутствует слово ‘net’, то есть «сеть»? Все складывающиеся новые рынки либо используют физическую инфраструктуру Интернета, либо его протоколы, либо строятся по его подобию. По такому принципу будут работать «умные сети», связывающие множество производителей и потребителей электроэнергии – то есть ЭнергоНет. Так будут организованы системы транспорта будущего – АэроНет, АвтоНет и МариНет. Даже консервативные рынки, типа сельскохозяйственной техники, превращаются в сети киберфизических устройств, которыми владеет производитель, а фермеры пользуются им в лизинг и обновляют лицензии на программное обеспечение. То есть – все рынки будущего одновременно являются сетями.

Энерджинет — это рынок оборудования, программного обеспечения, инжиниринговых и сервисных услуг для разномасштабных комплексных систем и сервисов интеллектуальной энергетики. Лучшей метафорой для его описания является Интернет энергии (Internet of Energy) — экосистема производителей и потребителей энергии, которые беспрепятственно интегрируются в общую инфраструктуру и обмениваются энергией.

Реализация плана мероприятий («дорожной карты») Национальной технологической инициативы по направлению «Энерджинет» в целях развития рынка комплексных систем и сервисов интеллектуальной энергетики позволит обеспечить:

- Создание энергетики на новых принципах функционирования в России и за рубежом;

- Развитие потенциальных конкурентных преимуществ у отечественных производителей, создание национальных лидеров на рынке комплексных систем и сервисов интеллектуальной энергетики;
- Создание устойчивого экспортного потока высокотехнологичных решений и реализацию проектов внедрения комплексных систем и сервисов интеллектуальной энергетики, в первую очередь на рынках БРИК и развивающихся стран (далее — целевые страны);
- Создание институциональной среды и инфраструктуры для развития малого и среднего высокотехнологичного (научеёмкого) предпринимательства (МСП) на рынке комплексных систем и сервисов интеллектуальной энергетики;
- Трансфер уже разработанных технологий и создание новых технологий общего применения для рынка комплексных систем и сервисов интеллектуальной энергетики;
- Развитие российской науки в областях знаний, используемых при создании и эксплуатации комплексных систем и сервисов интеллектуальной энергетики;
- Создание на территории Российской Федерации пилотных площадок, демонстрирующих эффективность разрабатываемых решений и пула комплексных систем и сервисов интеллектуальной энергетики, полностью готовых к массовому тиражированию;
- Развитие энергетических рынков Российской Федерации, формирование условий массового внедрения инновационных решений, которые будут способствовать существенному повышению эффективности российской энергетики и, как следствие, повышению конкурентоспособности российской экономики.

Данная «дорожная карта» разработана с учетом проекта Энергетической стратегии Российской Федерации до 2035 года, Прогноза научно-технологического развития России — 2030 («Энергоэффективность и энергосбережение»), проекта Прогноза научно-технического прогресса в энергетике на период до 2035 года.

ЦЕЛИ

- 1 - Объем выручки российских компаний на глобальном рынке (приоритет — БРИКС и развивающиеся страны) разномасштабных комплексных систем и сервисов интеллектуальной энергетики около 40 млрд. долларов в год.
- 2 - Обеспечение модернизации и развития экономики Российской Федерации за счет внедрения в рамках очередного инвестиционного цикла в энергетике перспективных технологий комплексных систем и сервисов интеллектуальной энергетики.
- 3 - Готовность к выходу на смежные сегменты рынка систем и сервисов интеллектуальной энергетики (коммунальные и ресурсные сервисы ЖКХ).

КЛЮЧЕВЫЕ СЕГМЕНТЫ РЫНКА

- 1 - Надежные и гибкие распределительные сети

Комплекс решений, обеспечивающих эффективную и надежную работу распределительной сети, открытой и адаптивной к новым объектам и участникам рынка.

2 - Интеллектуальная распределенная энергетика

Комплекс решений, обеспечивающих интеграцию в энергосистемы и совместную работу распределенной генерации, накопителей, средств регулирования нагрузки, а также обеспечивающих работу различного типа агрегаторов распределенных объектов энергетики (например, микросетей, виртуальных электрических станций).

3 - Персональная энергетика и потребительские сервисы

Комплекс решений, обеспечивающих конечным потребителям кастомизированные сервисы энергоснабжения и управления инженерной инфраструктурой (в том числе автономными источниками энергии).

Дайте развернутые ответы на вопросы:

- 1) Как, на Ваш взгляд, связаны основные технологии 6-го технологического уклада (инфо, био, нано, когнитивные технологии) и развитие рынков в рамках НТИ?
- 2) Как Вы понимаете, что такое «Умные сети электроснабжения» и «Интеллектуальная энергетика»?
- 3) Что может дать экономике страны реализация национальной технологической инициативы?