Вариант 1-1.

1. Вычислить $\dfrac{5\frac{1}{5}-4{,}1}{3\frac{2}{3}}$.

Решение. $(5{,}2-4{,}1)\,3/11=1{,}1\cdot 3/11=0{,}3$. **Ответ**: 0,3.

2. Три заводские бригады изготовили 366 станков, причем вторая бригада изготовила станков на 15% меньше, чем первая, а третья на 20% больше, чем первая. Сколько станков изготовила первая бригада?
Решение. Первая бригада – изготовила x станков, вторая бригада $-0{,}85x$, третья бригада $-1{,}2x$.
Тогда $x+0{,}85x+1{,}2x=366$, $x=120$. **Ответ**: 120.

3. Упростить и вычислить при *x*=81; *y*=10^{-4} выражение: $\dfrac{\sqrt{x^3}+\sqrt{xy^2}-\sqrt{x^2y}-\sqrt{y^3}}{\sqrt[4]{y^5}+\sqrt[4]{x^4y}-\sqrt[4]{xy^4}-\sqrt[4]{x^5}}$.

Решение. $x=t^2$, $y=z^2$. $\dfrac{t^3+tz^2-x^2z-z^3}{z^2\sqrt{z}+t^2\sqrt{z}-z^2\sqrt{t}-t^2\sqrt{t}}=\dfrac{t^3+tz^2-t^2z-z^3}{z^2(\sqrt{z}-\sqrt{t})+t^2(\sqrt{z}-\sqrt{t})}=$

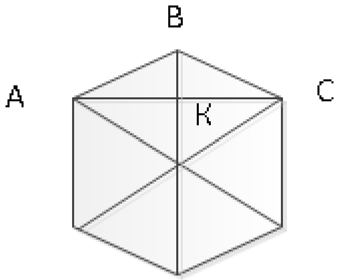
$=\dfrac{t^2(t-z)+z^2(t-z)}{(\sqrt{z}-\sqrt{t})(z^2+t^2)}=-(\sqrt{z}+\sqrt{t})=-(3+0{,}1)=-3{,}1$. **Ответ:** –3,1.

4. Решить неравенство, в ответ записать наибольшее целое решение $\sqrt{5-3x}>1$.
Решение. $5-3x>1$, $x<4/3$. **Ответ**: 1.

5. Решить неравенство, в ответ записать сумму всех целых решений неравенства $\dfrac{13-x}{6-2x}>4$.

Решение. $\dfrac{13-x}{6-2x}-4>0$, $\dfrac{11-7x}{x-3}>0$, $11/7<x<3$. **Ответ:** 2.

6. В правильном шестиугольнике меньшая диагональ равна $2\sqrt{3}$. Найти периметр шестиугольника.
Решение.



$AC=2\sqrt{3}$, угол ABC=120^0, угол OBC=60^0, угол ACB=30^0. Пусть BK=x, KC = AC/2=$\sqrt{3}$.
$x^2+3=4x^2$, $3x^2=3$, $x=1$, $BC=2$, периметр шестиугольника = 12. **Ответ:** 12.

7. Решить уравнение $\sqrt{-x^2+2x+35}=-x-5$.

Решение. $\begin{cases} -x^2+2x+35=(-x-5)^2 \\ -x-5\geq 0 \end{cases}$, $\begin{cases} x^2+8x-10=0 \\ x\leq -5 \end{cases}$, $\begin{cases} \left[\begin{array}{l} x_1=-5, \\ x_2=1 \end{array}\right. \\ x\leq -5 \end{cases}$. **Ответ:** -5.

8. Найти сумму всех целых чисел *n*, делящихся без остатка на 7 и удовлетворяющих неравенству $n^2-287n+7252<0$.

Решение. $n^2-287n+7252=0$, $n_1=28$, $n_2=259$. Арифметическая прогрессия $a_1=35$, d=7, $a_n=252$, $a_n=a_1+d(n-1)$, 252=35+7(n–1), отсюда n=32. Сумма арифметической прогрессии:

$(a_n+a_1)n/2=4592$. **Ответ:** 4592.

9. Настя, Миша и Гриша получили одинаковое количество конфет в подарок на Новый Год. В первый день Миша съел конфет меньше всех. Настя съела в два раза больше, а Гриша – в три раза больше, чем Миша. На следующий день Гриша опять съел больше всех конфет, а Настя с Мишей в два раза меньше, чем Гриша. В результате у Насти осталось 8 конфет, а у Миши в 5 раз больше, чем у Гриши. Сколько конфет было в подарке?

Решение. Пусть всего у каждого было *x* конфет.

	Настя	Миша	Гриша
1-й день	*2m*	*m*	*3m*
2-й день	*n*	*n*	*2n*
осталось	*8*	*5z*	*z*

Получим систему уравнений:

$x=2m+n+8$

$x=m+n+5z$

$x=3m+2n+z$

Выразим все переменные через *z*, получим: x = 8 + 4z, m = –8+5z, n = 16–6z.

m, n – целые не отрицательные, 8/5 < z < 16/6, z=2, x=16. Конфет в подарке 16. **Ответ: 16**.

10. Найти сумму цифр всех целых чисел от 1 до 1000.

Решение. Сумма цифр от 1 до 9 равна 45, тогда все двузначные числа дадут 45*10(для десятков)+45*9(для единиц)=855. Таким образом, сумма цифр от 1 до 99 равна 900.

Тогда все трехзначные цифры дадут сумму 900*10 (для десятков и единиц) + 45*100 (для сотен) + 1 (для тысяч)=13501. **Ответ:** 13501

Вариант 1-2.

1. Вычислить $4\cdot\dfrac{3\frac{2}{3}-2\frac{1}{6}}{1{,}5}$.

Решение. $4\cdot\dfrac{\frac{11}{3}-\frac{13}{6}}{1{,}5}=4\cdot\dfrac{22-13}{1{,}5\cdot 6}=\dfrac{4\cdot 9}{1{,}5\cdot 6}=\dfrac{12}{3}=4$ **Ответ**: 4.

2. Путь от А до В автомобиль проезжает с определенной скоростью за 2,5 часа. Если он увеличит скорость на 20 км/ч, то за два часа он проедет на 15 км больше, чем расстояние от А до В. Найти расстояние от А до В.

Решение. $v\cdot 2{,}5+15=(v+20)\cdot 2$, $v\cdot 0{,}5=40-15$, $v=25/0{,}5$. Расстояние от А до В равно $v\cdot 2{,}5=25/0{,}5\cdot 2{,}5=125$. **Ответ**: 125.

3. Упростить и вычислить при *m*=3; *n*=3,3 выражение:

$$\left(\left(\sqrt{mn}-\frac{mn}{m+\sqrt{mn}}\right):\frac{\sqrt[4]{mn}-\sqrt{n}}{m-n}-m\sqrt{n}\right)^2:\sqrt[3]{mn\sqrt{mn}}.$$

Решение. Обозначим $\sqrt{mn}=t$.

$$\left(\left(t-\frac{t^2}{m+t}\right):\frac{\sqrt{t}-\sqrt{n}}{m-n}-m\sqrt{n}\right)^2:t=\left(\frac{tm+t^2-t^2}{m+t}\cdot\frac{m-n}{\sqrt{t}-\sqrt{n}}-m\sqrt{n}\right)^2:t=$$

$$=\left(\frac{\sqrt{mn}\cdot m}{m+\sqrt{mn}}\cdot\frac{m-n}{\sqrt[4]{mn}-\sqrt{n}}-m\sqrt{n}\right)^2:t=\left(\frac{\sqrt{n}\cdot m}{1}\cdot\frac{\sqrt{m}-\sqrt{n}}{\sqrt[4]{mn}-\sqrt{n}}-m\sqrt{n}\right)^2:t=$$

$$=\left(\frac{\sqrt{m}-\sqrt{n}}{\sqrt[4]{mn}-\sqrt{n}}-1\right)^2 nm^2:t=\left(\frac{\sqrt[4]{m}+\sqrt[4]{n}}{\sqrt[4]{n}}-1\right)^2 nm^2:t=\frac{\sqrt{m}\cdot nm^2}{\sqrt{mn}\cdot\sqrt{n}}=m^2=9.$$ **Ответ:** 9.

4. Решить неравенство, в ответ записать наименьшее целое решение $\sqrt{2x-3}<3$.

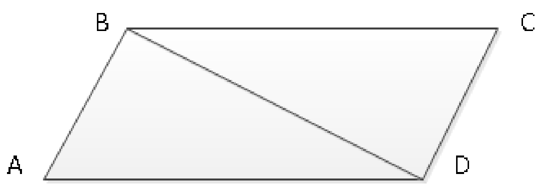
Решение. $\begin{cases}2x-3<9,\\ 2x-3\ge 0\end{cases}$, $3/2\le x<6$. **Ответ**: 2.

5. Решить неравенство, в ответ записать количество целых решений неравенства $\dfrac{4-x}{4x+5}\le -2$.

Решение. $\dfrac{4-x}{4x+5}+2\le 0$, $\dfrac{14+7x}{4x+5}\le 0$, $-2\le x<-5/4$. Целые -2. **Ответ:** 1.

6. В параллелограмме диагональ разбивает угол параллелограмма на два угла 90° и 45°. Длина этой диагонали равна 5. Найти площадь параллелограмма.

Решение.



$BD = 5$, угол ABC=90^0, угол DBC=45^0, треугольник ABC – прямоугольный. Угол BDA=DBC=45^0, Значит и угол DBA=45^0 ,AB=BC=5. Площадь треугольника ABC равна 25/2=12,5. Площадь параллелограмма равна 25.

Ответ: 25.

7. Решить уравнение $\sqrt{-x^2 - x + 12} = 3x - 9$.

Решение. $\begin{cases} -x^2 - x + 12 = (3x-9)^2 \\ 3x - 9 \ge 0 \end{cases}$, $\begin{cases} 10x^2 - 53x + 69 = 0 \\ x \ge 3 \end{cases}$, $\begin{cases} \left[\begin{array}{l} x_1 = 2.3, \\ x_2 = 3 \end{array} \right. \\ x \ge 3 \end{cases}$. **Ответ:** 3.

8. Найти сумму всех целых чисел *n*, делящихся без остатка на 4 и удовлетворяющих неравенству $n^2 - 188n + 2752 < 0$.

Решение. $n^2 - 188n + 2752 = 0$, $n_1 = 16$, $n_2 = 172$. Арифметическая прогрессия $a_1 = 20$, d=4, $a_n = 168$, $a_n = a_1 + d(n-1)$, 168=20+4(n–1), отсюда n=38. Сумма арифметической прогрессии:

$(a_n + a_1)n/2 = 3572$. **Ответ:** 3572.

9. Трое учеников, Аня, Боря и Витя, получили задание на каникулы по математике. У мальчиков в задании было одинаковое число задач, а у Ани на 5 задач больше. В первый день Боря решил столько же задач, сколько Аня, а Витя решил в два раза больше. Во второй день Боря решил побольше задач, столько же решил Витя, но Аня решила в три раза больше. После этого Ане осталось решить только одну задачу, а Боре в три раза больше, чем Вите. Сколько задач было у Ани в задании?

Решение. Пусть всего у каждого было *x* конфет.

	Аня	Боря	Витя
1-й день	*m*	*m*	*2m*
2-й день	*3n*	*n*	*n*
осталось	*1*	*3z*	*z*
всего заданий	*x+5*	*x*	*x*

Получим систему уравнений:

x+5=m+3n+1

x=m+n+3z

x=2m+n+z

Выразим все переменные через z, получим: x = 2+ 13z/2, m = 2z, n = 2+3z/2; x, m, n – целые не отрицательные, По условию n>m, отсюда следует, что z<4. Кроме того z должно делиться на 2. Следовательно, z=2. У Ани было x+5=15+5=20. **Ответ:** 20 задач было у Ани.

10. Найти сумму цифр всех целых чисел от 10 до 1000.

Решение. Сумма цифр от 1 до 9 равна 45, тогда все двузначные числа дадут 45*10(для десятков)+45*9(для единиц)=855. Таким образом, сумма цифр от 1 до 99 равна 900.

Тогда все трехзначные цифры дадут сумму 900*10 (для десятков и единиц) + 45*100 (для сотен) + 1 (для тысяч)=13501. Отнимем сумму для первых 9 чисел, 13501-45=13456. **Ответ:** 13456.