Задание 1. (5 баллов) Найти значение выражения A, если $A=\cos\left(\frac{2019\pi}{2}+2\alpha\right)$ и $\sin\alpha+\cos\alpha=-\frac{1}{\sqrt{2019}}$.

Решение:

Преобразуем выражения A по формулам приведения:

$$A=\cos\left(\frac{2019\pi}{2}+2\alpha\right)=\sin 2\alpha=2\sin\alpha\cdot\cos\alpha.$$

Преобразуем выражение $\sin\alpha+\cos\alpha=-\frac{1}{\sqrt{2019}}$.

Получим:

$(\sin\alpha+\cos\alpha)^2=\left(-\frac{1}{\sqrt{2019}}\right)^2$,

$\sin^2\alpha+2\sin\alpha\cdot\cos\alpha+\cos^2\alpha=\frac{1}{2019}$,

$(\sin^2\alpha+\cos^2\alpha)+2\sin\alpha\cdot\cos\alpha=\frac{1}{2019}$,

$1+2\sin\alpha\cdot\cos\alpha=\frac{1}{2019}$,

$2\sin\alpha\cdot\cos\alpha=\frac{1}{2019}-1$,

$2\sin\alpha\cdot\cos\alpha=-\frac{2018}{2019}$.

Тогда $A=\cos\left(\frac{7\pi}{2}+2\alpha\right)=-\frac{2018}{2019}$.

Ответ. $A=-\frac{2018}{2019}$.

Задание 2. (10 баллов) Решить систему уравнений $\begin{cases} \dfrac{x}{y+1} = \dfrac{y}{x+1}, \\ x^2 + 2y + 1 = 0. \end{cases}$

Решение.

ОДЗ: $x \neq -1$, $y \neq -1$.

$$\begin{cases} \dfrac{x}{y+1} = \dfrac{y}{x+1}, \\ x^2 + 2y + 1 = 0. \end{cases}$$

Рассмотрим первое уравнение системы $\dfrac{x}{y+1} = \dfrac{y}{x+1}$.

Запишем его в виде $x(x+1) = y(y+1)$,

$x^2 + x = y^2 + y$, $x^2 - y^2 + x - y = 0$, $(x-y)(x+y+1) = 0$.

Откуда $x - y = 0$, или $x + y + 1 = 0$.

1) Если $x - y = 0$, $x = y$, то при подстановке x во второе уравнение системы получаем уравнение $y^2 + 2y + 1 = 0$, т.е. $y = -1$, что не удовлетворяет ОДЗ.

2) Если $x + y + 1 = 0$, $x = -y - 1$, то при подстановке x во второе уравнение системы получаем уравнение $(-y-1)^2 + 2y + 1 = 0$.

$y^2 + 4y + 2 = 0$,

$y_1 = -2 + \sqrt{2}$, $y_2 = -2 - \sqrt{2}$.

Тогда, если $y_1 = -2 + \sqrt{2}$, то $x_1 = 1 - \sqrt{2}$; если $y_2 = -2 - \sqrt{2}$, то $x_2 = 1 + \sqrt{2}$.

Ответ. $(1-\sqrt{2};\ -2+\sqrt{2})$, $(1+\sqrt{2};\ -2-\sqrt{2})$.

Задание 3. Двое рабочих выполнили работу менее чем за 4 часа. Если бы первый выполнял ее в одиночку, он сделал бы работу на 6 часов быстрее, чем один только второй рабочий. Какие значения может принимать время выполнения работы первым из рабочих, работающим отдельно?

Решение.

Обозначим: A - вся работа,

v_1 - производительность труда первого рабочего,

v_2 - производительность труда второго рабочего.

Учитывая условия, составим систему $\begin{cases} \dfrac{A}{v_1 + v_2} < 4, \\ \dfrac{A}{v_1} = \dfrac{A}{v_2} - 6. \end{cases}$

$$\begin{cases} \dfrac{A}{v_1 + v_2} < 4, \\ \dfrac{A}{v_1} = \dfrac{A}{v_2} - 6; \end{cases} \rightarrow \begin{cases} A < 4(v_1 + v_2), \\ \dfrac{A}{v_1} = \dfrac{A}{v_2} - 6; \end{cases} \rightarrow \begin{cases} \dfrac{v_1}{A} + \dfrac{v_2}{A} > \dfrac{1}{4}, \\ \dfrac{A}{v_1} = \dfrac{A}{v_2} - 6. \end{cases}$$

Пусть $\dfrac{A}{v_1} = x$, $\dfrac{A}{v_2} = y$. Тогда система примет вид $\begin{cases} \dfrac{1}{x} + \dfrac{1}{y} > \dfrac{1}{4}, \\ x = y - 6; \end{cases} \rightarrow \begin{cases} \dfrac{1}{x} + \dfrac{1}{y} > \dfrac{1}{4}, \\ y = x + 6. \end{cases}$.

Исключив переменную y из неравенства системы, получим неравенство $\dfrac{1}{x} + \dfrac{1}{x+6} > \dfrac{1}{4}$.

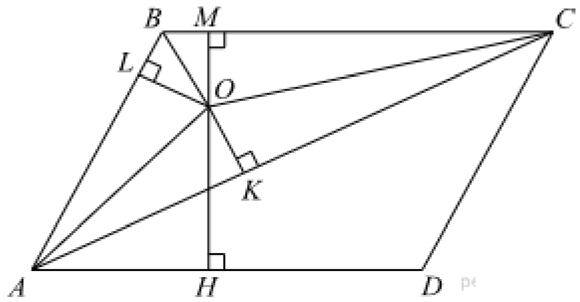
После преобразований, получаем неравенство $x^2 - 2x - 24 < 0$. Учитывая, что $x > 0$, получаем $x \in (0;\ 6)$. Т.о., время выполнения работы только первым рабочим может принимать значения в интервале $(0;\ 6)$, т.е. менее 6 часов.

Ответ: менее 6 часов.

Задание 4. (20 баллов) В параллелограмме ABCD проведена диагональ AC. Точка O является центром окружности, вписанной в треугольник ABC. Расстояния от точки O до точки A и прямых AD и AC соответственно равны 5, 4 и 3. Найти площадь параллелограмма ABCD.

Решение.

Проведём построения и введём обозначения как показано на рисунке.



Пусть *O* – центр окружности, вписанной в треугольник *ABC.*

Центр вписанной окружности – это точка пересечения биссектрис, поэтому *AO, BO, CO* – биссектрисы.

Из прямоугольного треугольника *AOK* по теореме Пифагора найдём *AK*:

$$AK = \sqrt{AO^2 - OK^2} = \sqrt{25-9} = 4.$$

Отрезки *OM, OL, OK* равны как радиусы вписанной в треугольник *ABC* окружности, то есть *OM*=*OL*=*OK*=3.

Рассмотрим треугольники *ALO* и *AOK*, они прямоугольные, углы *LAO* и *OAK* равны, *AO* – общая, следовательно, треугольники равны, откуда *AL*=*AK*=4.

Аналогично из равенства треугольников *COM* и *COK* получаем *MC*=*CK*, а из равенства треугольников *BOL* и *BOM* – *BL*=*BM.*

Площадь треугольника *ABC* можно найти как произведение радиуса вписанной окружности на полупериметр:

$$S_{ABC} = \frac{AB+BC+AC}{2}\cdot OK = \frac{AL+LB+BM+MC+CK+AK}{2}\cdot OK =$$

$$= \frac{8+2BM+2MC}{2}\cdot 3 = 3(4+BM+MC).$$

Площадь параллелограмма равна произведению высоты на основание:

$$S_{ABCD} = MH\cdot BC = (MO+OH)\cdot(BM+MC) = 7(BM+MC).$$

Рассмотрим треугольники *ABC* и *ACD*, *AB* равно *CD*, *AD* равно *BC*, углы *ABC* и *ACD* равны. Поэтому площадь треугольника *ABC* равна половине площади параллелограмма:

$$3(4+BM+MC) = \frac{1}{2}\cdot 7(BM+MC),\ BM+MC = 24,\ BC = 24.$$

Площадь параллелограмма равна: $S_{ABCD} = MH\cdot BC = 7\cdot 24 = 168.$

Ответ. 168.

Задание 5. (20 баллов) Пусть x_1 и x_2 – корни уравнения $f(x) = A$, а x_3 и x_4 – корни уравнения $g(x) = B$. Известно, что последовательность x_1, x_2, x_3, x_4 является геометрической прогрессией, все члены которой положительны. Найти значения A и B, если $f(x) = 4x - x^2$, $g(x) = 36x - x^2$.

Решение

По условию задачи $f(x) = 4x - x^2$,

$$f(x) = A, \text{ т.е. } 4x - x^2 = A,$$

$$x^2 - 4x + A = 0 \qquad (1)$$

Аналогично, $g(x) = 36x - x^2$,

$$g(x) = B, \text{ т.е. } 36x - x^2 = B,$$

$$x^2 - 36x + B = 0. \qquad (2)$$

Известно, что x_1 и x_2 корни уравнения $x^2 - 4x + A = 0$, тогда по теореме Виета получим: $x_1 \cdot x_2 = A$, $x_1 + x_2 = 4$. Аналогично, x_3 и x_4 корни уравнения $x^2 - 36x + B = 0$, тогда по теореме Виета: $x_3 \cdot x_4 = B$, $x_3 + x_4 = 36$.

Составим систему уравнений: $\begin{cases} x_1 \cdot x_2 = A, \\ x_1 + x_2 = 4, \\ x_3 \cdot x_4 = B, \\ x_3 + x_4 = 36. \end{cases}$

Поскольку последовательность x_1, x_2, x_3, x_4 является геометрической прогрессией, то по свойству геометрической прогрессии запишем:

$$x_2 = x_1 \cdot q, \; x_3 = x_1 \cdot q^2, \; x_4 = x_1 \cdot q^3.$$

Подставим значения в систему уравнений:

$$\begin{cases} x_1 \cdot x_1 \cdot q = A, \\ x_1 + x_1 \cdot q = 4, \\ x_1 \cdot q^2 \cdot x_1 \cdot q^3 = B, \\ x_1 \cdot q^2 + x_1 \cdot q^3 = 36; \end{cases} , \qquad \begin{cases} x_1{}^2 \cdot q = A, & (1) \\ x_1(1+q) = 4, & (2) \\ x_1{}^2 \cdot q^5 = B, & (3) \\ x_1 \cdot q^2(1+q) = 36. & (4) \end{cases}$$

Поделим равенство (4) на (2): $\dfrac{x_1 q^2(1+q)}{x_1(1+q)} = \dfrac{36}{4}$, $q^2 = 9$, $q = 3$

(при $q = -3$ получаются отрицательные члены прогрессии).

Из (2) получим $x_1 = 1$, из (1) получим $A = 3$, а из (3) получим $B = 3^5 = 243$.

Ответ. $A = 3$, $B = 243$.

Задание 6. (30 баллов) Найти все значения параметра a, при которых уравнение $f(x)=x^4+(a+1)x^3+(2a+1)x^2-(a+1)x+1$ на промежутке $(-\infty;\,-1)$ имеет не менее двух корней.

Решение.
Преобразуем уравнение:

$$x^4+(a+1)x^3+(2a+1)x^2-(a+1)x+1=0 \;\Big|: x^2,$$

$$x^2+(a+1)x+(2a+1)-(a+1)\cdot\frac{1}{x}+\frac{1}{x^2}=0,$$

$$\left(x^2-2+\frac{1}{x^2}\right)+2+(a+1)\left(x-\frac{1}{x}\right)+(2a+1)=0,$$

$$\left(x-\frac{1}{x}\right)^2+(a+1)\left(x-\frac{1}{x}\right)+2a+3=0.$$

Введем новую переменную $y=x-\dfrac{1}{x}$ – функция, которая возрастает на промежутке $(-\infty;\,-1)$, переменная y принимает значения на промежутке $(-\infty;\,0)$. Поэтому исходное уравнение имеет не менее двух корней на промежутке $(-\infty;\,-1)$ тогда и только тогда, когда полученное уравнение $y^2+(a+1)y+2a+3=0$ имеет два корня $y_{1,2}\in(-\infty;\,0)$, т.е. когда

$$\begin{cases} a+1>0, \\ 2a+3>0, \\ D>0; \end{cases} \qquad \begin{cases} a+1>0, \\ 2a+3>0, \\ (a+1)^2-4(2a+3)>0. \end{cases}$$

Решим каждое неравенство:

1. $a+1>0,\ a>-1$;
2. $2a+3>0,\ a>-\dfrac{3}{2}$;
3. $(a+1)^2-4(2a+3)>0$,

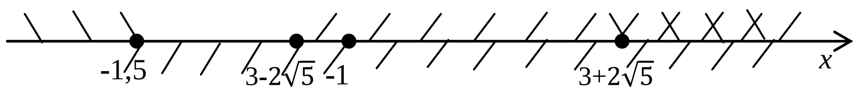
$a^2+2a+1-8a-12>0$,

$a^2-6a-11>0$,

$a^2-6a-11=0$,

$D=(-6)^2-4\cdot(-11)=36+44=80$,

$$a_{1,2}=\frac{-(-6)\pm\sqrt{80}}{2}=\frac{6\pm4\sqrt{5}}{2}=3\pm2\sqrt{5}.$$



Ответ. $a>3+2\sqrt{5}$.

Задание 1. (5 баллов) Найти значение выражения A, если $A=81\operatorname{ctg}^2 x$ и

$$\cos\left(\frac{2019\pi}{2}+\frac{x}{2}\right)+\cos\left(\frac{2018\pi}{2}+\frac{x}{2}\right)=\sqrt{0{,}1}.$$

Решение.

Преобразуем выражение по формулам приведения:

$$\cos\left(\frac{2019\pi}{2}+\frac{x}{2}\right)+\cos\left(\frac{2018\pi}{2}+\frac{x}{2}\right)=\sin\frac{x}{2}-\cos\frac{x}{2}.$$

Возведем обе части выражения $\sin\frac{x}{2}-\cos\frac{x}{2}=\sqrt{0{,}1}$ во вторую степень:

$$\left(\sin\frac{x}{2}-\cos\frac{x}{2}\right)^2=\left(\sqrt{0{,}1}\right)^2,$$

$$\sin^2\frac{x}{2}-2\sin\frac{x}{2}\cos\frac{x}{2}+\cos^2\frac{x}{2}=0{,}1,$$

$$\sin^2\frac{x}{2}+\cos^2\frac{x}{2}-2\sin\frac{x}{2}\cos\frac{x}{2}=0{,}1,$$

$$1-\sin x=0{,}1,$$

$$\sin x=0{,}9.$$

Из формулы $1+\operatorname{ctg}^2 x=\dfrac{1}{\sin^2 x}$ получим $\operatorname{ctg}^2 x=\dfrac{1}{\sin^2 x}-1$,

$$\operatorname{ctg}^2 x=\frac{1}{0{,}81}-1=\frac{100}{81}-1=\frac{19}{81},$$ тогда $A=81\operatorname{ctg}^2 x=81\cdot\dfrac{19}{81}=19$.

Ответ: $A=19$.

Задание 2. (10 баллов) Решить систему уравнений $\begin{cases} \dfrac{x+1}{y+2} = \dfrac{y+1}{x+2}, \\ 2x^2 - 3xy - 2y = 0. \end{cases}$

Решение.

ОДЗ: $x \neq -2$, $y \neq -2$.

$$\begin{cases} \dfrac{x+1}{y+2} = \dfrac{y+1}{x+2}, \\ 2x^2 - 3xy - 2y = 0. \end{cases}$$

Из второго уравнения системы выразим y:

$2x^2 - 3xy - 2y = 0$,

$2x^2 - y(3x+2) = 0$,

$y = \dfrac{2x^2}{3x+2}$.

Преобразуем первое уравнение системы

$\dfrac{x+1}{y+2} = \dfrac{y+1}{x+2}$,

$(x+1)(x+2) = (y+1)(y+2)$.

$$\begin{cases} (x+1)(x+2) = (y+1)(y+2), \\ y = \dfrac{2x^2}{3x+2}. \end{cases}$$

Решим первое уравнение системы, поставив $y = \dfrac{2x^2}{3x+2}$.

$(x+1)(x+2) = \left(\dfrac{2x^2}{3x+2} + 1\right)\left(\dfrac{2x^2}{3x+2} + 2\right)$,

$(x+1)(x+2) = \dfrac{2(2x^2+3x+2)(x+2)(x+1)}{(3x+2)^2}$,

$(x+1)(x+2)\left(1 - \dfrac{2(2x^2+3x+2)}{(3x+2)^2}\right) = 0$.

Получаем, что $x+1=0$, или $x+2=0$, или $1 - \dfrac{2(2x^2+3x+2)}{(3x+2)^2} = 0$.

1) Если $x+1=0$, $x=-1$, то $y=-2$ - не удовлетворяет ОДЗ.

2) Если $x+2=0$, то $x=-2$ - не удовлетворяет ОДЗ.

3) Если $1 - \dfrac{2(2x^2+3x+2)}{(3x+2)^2} = 0$, то

$$\begin{cases} (9x^2+12x+4) - (4x^2+6x+4) = 0, \\ x \neq -\dfrac{2}{3}; \end{cases} \qquad \begin{cases} 5x^2 + 6x = 0, \\ x \neq -\dfrac{2}{3}; \end{cases} \qquad \left[\begin{array}{l} x = 0, \\ x = -\dfrac{6}{5}. \end{array}\right.$$

Тогда, если $x=0$, то $y=0$; если $x = -\dfrac{6}{5}$, то $y = -\dfrac{9}{5}$.

Ответ. $(0;0)$, $\left(-\dfrac{6}{5}; -\dfrac{9}{5}\right)$**.**

Задание 3. (15 баллов) Две машинистки, работая одновременно, могут перепечатать рукопись не менее, чем за 2 часа. Если же будет работать только первая машинистка, то ей потребуется на перепечатку рукописи на 3 часа меньше, чем работающей в одиночку второй машинистке. Определить, какие значения может принимать время перепечатки рукописи второй машинисткой, работающей отдельно.

Решение.

Обозначим: A - вся работа,

v_1 - производительность труда первой машинистки,

v_2 - производительность труда второй машинистки.

Учитывая условия, составим систему $\begin{cases} \dfrac{A}{v_1+v_2} \geq 2, \\ \dfrac{A}{v_1} = \dfrac{A}{v_2} - 3. \end{cases}$

$$\begin{cases} \dfrac{A}{v_1+v_2} \geq 2, \\ \dfrac{A}{v_1} = \dfrac{A}{v_2} - 3; \end{cases} \to \begin{cases} A \geq 2(v_1+v_2), \\ \dfrac{A}{v_1} = \dfrac{A}{v_2} - 3; \end{cases} \to \begin{cases} \dfrac{v_1}{A} + \dfrac{v_2}{A} \leq \dfrac{1}{2}, \\ \dfrac{A}{v_1} = \dfrac{A}{v_2} - 3. \end{cases}$$

Пусть $\dfrac{A}{v_1} = x,\ \dfrac{A}{v_2} = y$. Тогда система примет вид $\begin{cases} \dfrac{1}{x} + \dfrac{1}{y} \leq \dfrac{1}{2}, \\ x = y - 3. \end{cases}$

Исключив переменную x из неравенства системы, получим неравенство $\dfrac{1}{y-3} + \dfrac{1}{y} \leq \dfrac{1}{2}$.

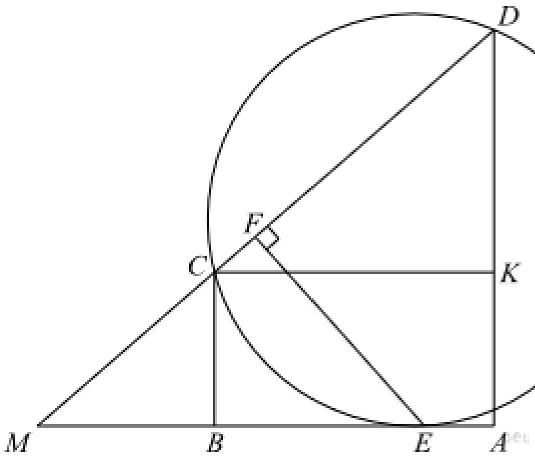
После преобразований, получаем неравенство $y^2 - 7y + 6 \geq 0$. Учитывая, что $y > 3$, получаем $y \in [6;+\infty)$. Т.о., время выполнения работы только второй машинисткой может принимать значения в интервале $[6;+\infty)$, т.е. не менее 6 часов.

Ответ: не менее 6 часов.

Задание 4. (20 баллов) В трапеции $ABCD$ боковая сторона AB перпендикулярна основанию BC. Окружность проходит через точки C и D и касается прямой AB в точке E. Найти расстояние от точки E до прямой CD, если $AD = 8$, $BC = 4$.

Решение.

Проведём построения как показано на рисунке.



Расстояние от точки *E* до прямой *CD* — отрезок *EF*.

Продолжим стороны *AB* и *CD* до пересечения в точке *M*, проведём отрезок *CK*, параллельный *AB*.

Рассмотрим четырёхугольник *ABCK*: прямая *BC* параллельна *AK*, прямая *AB* параллельна прямой *CK*, угол *BAK* — прямой, следовательно, *ABCK* — прямоугольник. Откуда *AB=KC*. Значит, *KD=AD-BC=8-4=4.*

Из прямоугольного треугольника *CDK* : $\cos\angle CDK = \frac{KD}{CD} = \frac{4}{CD}$.

Рассмотрим треугольники *MCB* и *CKD* - они прямоугольные, углы *DMA* и DCK равны как соответственные углы при параллельных прямых, следовательно, эти треугольники подобны: $\frac{BC}{KD} = \frac{MC}{CD}$, $MC = CD \cdot \frac{BC}{KD} = CD \cdot \frac{4}{4} = CD$.

По теореме о касательной и секущей: $ME^2 = MD \cdot MC = 2CD \cdot CD = 2CD^2$.

Откуда $ME = \sqrt{2CD^2} = CD\sqrt{2}$.

Рассмотрим треугольники *MEF* и *MAD* - они прямоугольные, угол *BMC* - общий, следовательно, эти треугольники подобны. Значит, углы *MEF* и *ADM* равны, а значит, $\cos\angle MEF = \cos\angle ADM$.

Найдём *EF* из прямоугольного треугольника *MEF*:

$$EF = ME \cdot \cos\angle MEF = ME \cdot \cos\angle ADM = \frac{4ME}{CD} = \frac{4CD\sqrt{2}}{CD} = 4\sqrt{2}.$$

Ответ. $4\sqrt{2}$.

Задание 5. (20 баллов) Пусть x_1 и x_2 – корни уравнения $p(x)=A$, а x_3 и x_4 – корни уравнения $q(x)=B$. Известно, что последовательность x_1, x_2, x_3, x_4 является арифметической прогрессией. Найти значения A и B, если $p(x)=6x-x^2$, $q(x)=24x-x^2$.

Решение.

По условию задачи $p(x)=6x-x^2$, $p(x)=A$, т. е. $6x-x^2=A$ или $x^2-6x+A=0$.

Аналогично, $q(x)=24x-x^2$, $q(x)=B$, т. е. $24x-x^2=B$ или $x^2-24x+B=0$.

Известно, что x_1 и x_2 корни уравнения $x^2-6x+A=0$, тогда по теореме Виета получим: $x_1\cdot x_2=A$, $x_1+x_2=6$.

Аналогично, x_3 и x_4 корни уравнения $x^2-24x+B=0$, тогда по теореме Виета: $x_3\cdot x_4=B$, $x_3+x_4=24$.

Составим систему уравнений $\begin{cases} x_1\cdot x_2=A, \\ x_1+x_2=6, \\ x_3\cdot x_4=B, \\ x_3+x_4=24. \end{cases}$

Поскольку последовательность x_1, x_2, x_3, x_4 является арифметической прогрессией, то по свойству арифметической прогрессии запишем:

$$x_2=x_1+d,\ x_3=x_1+2d,\ x_4=x_1+3d$$

Подставим значения в систему уравнений:

$$\begin{cases} x_1\cdot(x_1+d)=A, \\ x_1+x_1+d=6, \\ (x_1+2d)\cdot(x_1+3d)=B, \\ x_1+2d+x_1+3d=24; \end{cases} \qquad \begin{cases} x_1\cdot(x_1+d)=A, \\ 2x_1+d=6, \\ (x_1+2d)\cdot(x_1+3d)=B, \\ 2x_1+5d=24. \end{cases}.$$

Вычтем из четвертого равенства второе равенство: $(2x_1+5d)-(2x_1+d)=24-6$, $4d=18$, $d=\frac{9}{2}$.

Из второго равенства получим $x_1=\frac{3}{4}$, из первого - $A=\frac{63}{16}$, из третьего - $B=\frac{2223}{16}$.

Ответ: $A=\frac{63}{16}$**,** $B=\frac{2223}{16}$**.**

Задание 6. (30 баллов) Найти все значения параметра а, при которых уравнение $x^4-2x^3+(2a-5)x^2+(6-2a)x+a^2-2a=0$ имеет ровно три различных корня.

Решение.

Преобразуем уравнение:

$x^4-2x^3+(2a-5)x^2+(6-2a)x+a^2-2a=0$,

$x^4-2x^3+2ax^2-5x^2+6x-2ax+a^2-2a=0$,

$(x^4-2x^3+x^2)+2a(x^2-x)-6(x^2-x)+a^2-2a=0$,

$(x^2-x)^2+2a(x^2-x)-6(x^2-x)+a^2-2a=0$,

Введем новую переменную $x^2-x=t$, тогда

$t^2+2at-6t+a^2-2a=0$,

$t^2+2t(a-3)+(a^2-6a+9)+4a-9=0$,

$t^2+2t(a-3)+(a-3)^2=9-4a$,

$(t+a-3)^2=9-4a$,

Из последнего уравнения найдем t: $t=3-a\pm\sqrt{9-4a}$.

Обратная подстановка: $x^2-x=3-a\pm\sqrt{9-4a}$.

В правой части уравнения выделим квадрат:

$x^2-x=\frac{9}{4}-a\pm2\sqrt{\frac{9}{4}-a}+1-\frac{1}{4}$,

$\left(x^2-x+\frac{1}{4}\right)-\left(\frac{9}{4}-a\pm2\sqrt{\frac{9}{4}-a}+1\right)=0$,

$\left(x-\frac{1}{2}\right)^2-\left(1\pm\sqrt{\frac{9}{4}-a}\right)^2=0$.

Корни уравнения: $x_{1,2}=\frac{3}{2}\pm\sqrt{\frac{9}{4}-a}$, $x_{3,4}=-\frac{1}{2}\pm\sqrt{\frac{9}{4}-a}$.

Получили 4 корня. По условию задачи два из них должны совпадать.

Выполним проверку.

1) $\frac{3}{2}+\sqrt{\frac{9}{4}-a}=-\frac{1}{2}-\sqrt{\frac{9}{4}-a}$, $2\sqrt{\frac{9}{4}-a}=-2$. Нет решений.

2) $\frac{3}{2}+\sqrt{\frac{9}{4}-a}=-\frac{1}{2}+\sqrt{\frac{9}{4}-a}$, $2=0$. Нет решений.

3) $\frac{3}{2}-\sqrt{\frac{9}{4}-a}=-\frac{1}{2}-\sqrt{\frac{9}{4}-a}$, $2=0$. Нет решений.

4) $\frac{3}{2}-\sqrt{\frac{9}{4}-a}=-\frac{1}{2}+\sqrt{\frac{9}{4}-a}$, $2\sqrt{\frac{9}{4}-a}=2$, $\frac{9}{4}-a=1$, $a=\frac{5}{4}$.

Т.о., совпадать могут только $x=\frac{3}{2}-\sqrt{\frac{9}{4}-a}$, $x=-\frac{1}{2}+\sqrt{\frac{9}{4}-a}$, откуда, $a=\frac{5}{4}$.

Ответ. $\frac{5}{4}$.