Физика. 10 класс.

Вариант 6

1. (6 баллов) Два одинаковых маленьких шарика движутся вдоль одной вертикали. Первый шарик подброшен с поверхности Земли с начальной скоростью V_0 = 9 м/с, второй шарик одновременно с запуском первого брошен вниз с начальной скоростью u = 3 м/с с высоты H = 8 м. В точке встречи происходит абсолютно упругий удар. Шарики продолжают движение. При отскоке первого шарика от поверхности Земли его механическая энергия уменьшается в $k = 1{,}69$ раза. Определите скорость первого шарика непосредственно перед вторым соударением с другим шариком. Считайте, что значение ускорения свободного падения g = 10 м/с^2.

Возможное решение. При всех расчетах примем, что вертикальная ось координат направлена вверх. Запишем уравнения для первого и второго шариков для движения до соударения:

$$h_1 = V_0\tau_1 - \frac{g\tau_1^2}{2}$$

$$h_1 = H - u\tau_1 - \frac{g\tau_1^2}{2}.$$

Здесь h_1 – высота, на которой столкнулись шарики, τ_1 – время полета шариков до столкновения, g – ускорение свободного падения. Из этих уравнений следует, что

$$\tau_1 = \frac{H}{V_0 + u}.$$

Высота, на которой столкнулись шарики, равна

$$h_1 = H\frac{V_0}{V_0 + u} - \frac{g}{2}\left(\frac{H}{V_0 + u}\right)^2 = 3{,}78 \text{ м}.$$

На этой высоте проекции скоростей шариков определяются как

$$V_{11} = V_0 - g\tau_1 = V_0 - \frac{gH}{V_0 + u}.$$

$$V_{21} = -u - g\tau_1 = -u - \frac{gH}{V_0 + u}.$$

Соударение шариков абсолютно упругое, поэтому проекции их скоростей после соударения по законам сохранения импульса и механической энергии с учетом равенства масс шариков определяются как

$$V'_{11} = V_{21} = -u - \frac{gH}{V_0 + u}.$$

$$V'_{21} = V_{11} = V_0 - \frac{gH}{V_0 + u} \approx 2{,}33 \text{ м/с}.$$

Заметим, что дальнейшие преобразования, проводимые в общем виде, требуют излишне трудоемких операций, поэтому будем поводить численные расчеты.

Модуль скорости первого шарика у поверхности рассчитывается по закону сохранения механической энергии и будет равен

$$V''_{11} = \sqrt{u^2 + 2gH} = 13 \text{ м/с}.$$

Время полета первого шарика от точки соударения до поверхности определяется из уравнения

$$V''_{11} = V'_{11} + g\tau'_1 .$$

Подставив в это уравнение рассчитанные ранее элементы, получим:

$$\tau'_1 = \frac{\sqrt{u^2 + 2gH} - u}{g} - \frac{H}{V_0 + u} \approx 0{,}33 \text{ с}.$$

Проекция скорости второго шарика в момент времени, когда первый шарик коснется поверхности, будет равна

$$V_{22} = V'_{21} - g\tau'_1 = V_0 + u - \sqrt{u^2 + 2gH} = -1\,\frac{\text{м}}{\text{с}}.$$

Высота, на которой будет находиться второй шарик в момент времени, когда первый шарик коснется поверхности, будет равна

$$h'_1 = h_1 + V'_{21}\tau'_1 - \frac{g\tau'^2_1}{2} = 4 \text{ м} .$$

Скорость первого шарика сразу после отскока будет равна

$$V_{12} = \frac{V''_{11}}{\sqrt{k}} = 10\ \frac{\text{м}}{\text{с}}.$$

Искомое время полета первого шарика от отскока от поверхности Земли до второго соударения с другим шариком будет равно

$$\tau_2 = \frac{h'_1}{V_{12} + |V_{22}|} \approx 0{,}36 \text{ с} .$$

Перед вторым соударением скорость первого шарика будет равна

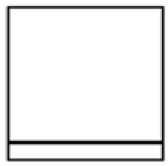
$$V'_{12} = V_{12} - g\tau_2 \approx 6{,}36 \text{ м/с} .$$

Ответ: $V'_{12} \approx 6{,}36$ м/с .

Критерии оценивания

Выполнение	Балл
Участник не приступал к заданию или выполнил его с самого начала неверно	**0**
Записано выражение для высоты столкновения шариков	**1**

Записано выражение для скоростей шариков после столкновения	**1**
Записано выражение для расчета времени полета	**1**
Записаны выражения для расчета начальных высот и скоростей для второго столкновения	**1**
Произведены необходимые преобразования и получен окончательный ответ	**2**
Всего баллов	**6**



2. (4 балла) Кубический бак с жесткими стенками, длина ребра которого составляет a = 2 м, разделяется тонким легким недеформируемым поршнем, перемещающимся в вертикальном направлении без трения. Первоначально бак полностью заполнен водой массой M = 8000 кг. В пространство под поршнем закачивают криптон, при этом поршень сдвинулся на расстояние Δh = 1 мм. Определите плотность криптона. Температуры криптона и воды одинаковы, постоянны и равны t = 17 °С. Молярная масса криптона μ = 84 г/моль, значения универсальной газовой постоянной R = 8,31 Дж/(К·моль), ускорения свободного падения g = 10 м/с^2. Сжимаемость воды (относительное изменение объема при изотермическом увеличении давления) составляет ε = 5·10^{-10} Па$^{-1}$. Считайте криптон идеальным газом.

Возможное решение. При движении поршня относительное изменение объема составляет

$$\delta = \frac{a^2\Delta h}{a^3} = \frac{\Delta h}{a}\,.$$

Начальное давление воды на дно равно

$$p' = \frac{Mg}{a^2}\,.$$

По окончании заполнения неоном пространства под поршнем давление там составит

$$p = p' + \frac{\delta}{\varepsilon} = \frac{Mg}{a^2} + \frac{\Delta h}{a\varepsilon}\,.$$

Воспользовавшись уравнением Клапейрона – Менделеева, для массы криптона получим:

$$m = \frac{\mu p V'}{RT} = \frac{\mu a \Delta h}{RT}\left(\frac{Mg}{a} + \frac{\Delta h}{\varepsilon}\right).$$

Плотность криптона

$$\rho = \frac{m}{a^2\Delta h} = \frac{\mu}{aRT}\left(\frac{Mg}{a} + \frac{\Delta h}{\varepsilon}\right) \approx 43 \text{ кг/м}^3\,.$$

Ответ: $\rho = \frac{\mu}{aRT}\left(\frac{Mg}{a} + \frac{\Delta h}{\varepsilon}\right) \approx 43 \text{ кг/м}^3\,.$

Критерии оценивания

Выполнение	Балл
Участник не приступал к заданию или выполнил его с самого начала неверно	**0**
Получено выражение для относительного изменения объема	**1**
Получено выражение для давления	**1**
Получен ответ в общем виде	**1**
Получен окончательный ответ в виде числа	**1**
Всего баллов	**4**

3. (6 баллов) В горизонтальном неподвижном цилиндрическом сосуде, закрытом поршнем массой M, находится газ. Газ нагревают в течение времени τ, при этом поршень двигается из состояния покоя равноускоренно с ускорением a. Внутренняя энергия одного моля газа пропорциональна абсолютной температуре газа. Определите коэффициент пропорциональности, если средняя мощность нагревателя равна P. Теплоемкостью сосуда и поршня пренебречь. С внешней стороны поршня вакуум.

Возможное решение. Поскольку поршень движется равноускоренно, то процесс изобарный. В соответствии с первым началом термодинамики

$$Q = p\Delta V + \nu c\Delta T\ .$$

Здесь p – давление газа, V – его объем, ν – количество вещества газа.
В соответствии с уравнением Клапейрона-Менделеева

$$p\Delta V = \nu R\Delta T\ .$$

По теореме об изменении кинетической энергии

$$p\Delta V = \frac{M(a\tau)^2}{2}.$$

Значит,

$$\nu\Delta T = \frac{M(a\tau)^2}{2R}.$$

Количество переданной теплоты:

$$Q = \frac{M(a\tau)^2}{2} + \frac{cM(a\tau)^2}{2R} = \frac{M(a\tau)^2}{2}\left(1 + \frac{c}{R}\right).$$

Мощность нагревателя определяется как

$$P = \frac{Q}{\tau} = \frac{Ma^2\tau}{2}\left(1 + \frac{c}{R}\right).$$

Для коэффициента пропорциональности получаем:

$$c = R\left(\frac{2P}{Ma^2\tau} - 1\right).$$

Ответ: $c = R\left(\frac{2P}{Ma^2\tau} - 1\right)$.

Критерии оценивания

Выполнение	Балл
Участник не приступал к заданию или выполнил его с самого начала неверно	**0**
Записано выражение для первого начала термодинамики	**1**
Записано уравнение Клапейрона – Менделеева	**1**
Записана теорема об изменении кинетической энергии	**2**
Произведены необходимые преобразования, получен окончательный ответ	**2**
Всего баллов	**6**

4. (4 балла) Два маленьких шарика испытывают абсолютно упругое столкновение. Масса первого шарика m. После столкновения первый шар потерял долю η своей кинетической энергии. Определите массу второго шара.

Возможное решение. Покажем, что при заданных условиях и не указанных дополнительных условиях решение существует только в случае, когда второй шарик покоился. При абсолютно упругом соударении суммарная кинетическая энергия шаров не изменяется. Тогда в лабораторной системе отсчета выполняется условие:

$$K_1 + K_2 = K_1' + K_2'.$$

Это можно записать как

$$\frac{\eta m V_1^2}{2} = \frac{M V_2'^2}{2} - \frac{M V_2^2}{2} \qquad (*)$$

Перейдем в инерциальную систему отсчета, движущуюся со скоростью второго шарика до соударения. В этой системе отсчета

$$\frac{m(V_1 - V_2)^2}{2} = \frac{m(V_1' - V_2)^2}{2} + \frac{M(V_2' - V_2)^2}{2}.$$

Выполнив преобразования, получим:

$$mV_1^2 - mV_1'^2 - MV_2'^2 = 2V_2(MV_2' + mV_1' - MV_2 - mV_1).$$

Выражение в скобках равно нулю, так как это разность суммарных импульсов шариков до и после соударения. Тогда

$$\eta m V_1^2 = M V_2'^2.$$

Сравнивая полученное выражение с выражением (*), делаем вывод, что при заданных условиях решение существует только в случае, когда второй шарик покоился.

Кинетическая энергия первого шарика после удара равна

$$K_1' = \frac{mV_1^2}{2}(1-\eta)\,.$$

Его скорость после соударения равна

$$V_1' = V_1\sqrt{1-\eta}\,.$$

Из закона сохранения импульса

$$M = \frac{m(V_1 \pm V_1')}{V_2} = \frac{mV_1\left(1 \pm \sqrt{1-\eta}\right)}{V_2}\,.$$

Знак в выражении зависит от направления движения первого шарика после соударения. Кинетическая энергия второго шарика после соударения

$$K_2' = \eta m V_1^2\,.$$

Из этого следует, что

$$M = \frac{m\left(1 \pm \sqrt{1-\eta}\right)^2}{\eta}\,.$$

Ответ: $M = \frac{m\left(1 \pm \sqrt{1-\eta}\right)^2}{\eta}$.

Критерии оценивания

Выполнение	Балл
Участник не приступал к заданию или выполнил его с самого начала неверно	**0**
Записано выражение для равенства кинетических энергий до и после соударения	**1**
Показана необходимость нулевой скорости второго шарика до соударения	**1**
Произведены необходимые преобразования, получен окончательный ответ	**2**
Всего баллов	**4**

5. (6 баллов) Проводящая сфера имеет радиус R. Давление на поверхность сферы, обусловленное взаимодействием зарядов, равно p. Определите заряд сферы.

<u>Указание.</u> Площадь сферы равна $4\pi R^2$.

Возможное решение. Выделим на поверхности сферы малый элемент площадью ΔS. Заряд этого элемента равен

$$\Delta Q = \frac{Q\Delta S}{4\pi R^2}\,.$$

Поскольку элемент малый, его кривизной можно пренебречь, считая его участком плоскости. Напряженность электрического поля, создаваемая зарядом этого элемента, равна

$$E_1 = \frac{\Delta Q}{2\varepsilon_0 \Delta S} = \frac{Q}{8\pi\varepsilon_0 R^2} = \frac{Q}{4\pi R^2} \cdot \frac{1}{2\varepsilon_0}.$$

Напряженность поля, создаваемая вблизи поверхности сферы всем зарядом сферы, равна

$$E = \frac{Q}{4\pi R^2} \cdot \frac{1}{\varepsilon_0}.$$

Значит, вклад поля всех зарядов сферы за вычетом заряда ΔQ в суммарную напряженность поля равен

$$E_2 = E_1 = \frac{Q}{4\pi R^2} \cdot \frac{1}{2\varepsilon_0}.$$

Сила, с которой поле всех зарядов сферы за вычетом заряда ΔQ действует на заряд ΔQ, равна

$$F = E_2 \Delta Q = \frac{Q}{4\pi R^2} \cdot \frac{1}{2\varepsilon_0} \cdot \frac{Q \Delta S}{4\pi R^2},$$

а давление на малый элемент

$$p = \frac{Q^2}{32\varepsilon_0 \pi^2 R^4}.$$

Заряд сферы равен

$$Q = 4\pi R^2 \sqrt{2\varepsilon_0 p}.$$

Ответ: $Q = 4\pi R^2 \sqrt{2\varepsilon_0 p}$.

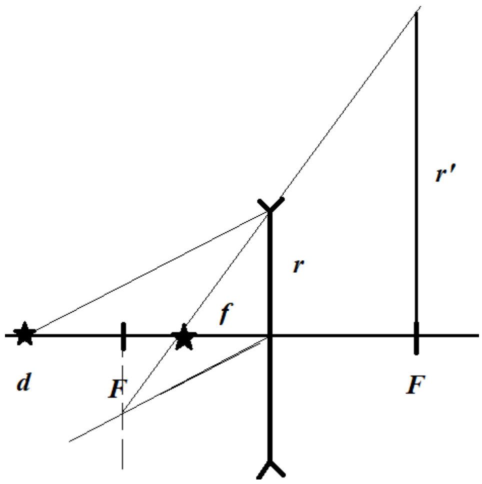
Критерии оценивания

Выполнение	Балл
Участник не приступал к заданию или выполнил его с самого начала неверно	**0**
Записано выражение для заряда элемента сферы	**1**
Записаны выражения для напряженностей E_1 и E_2	**2**
Записаны выражение для силы взаимодействия и давления	**2**
Произведены необходимые преобразования и получен ответ	**1**
Всего баллов	**6**

6. (4 балла) За рассеивающей тонкой линзой диаметром *D* в ее фокусе перпендикулярно ее оптической оси расположен плоский экран. Перед линзой на главной оптической оси на расстоянии *d* от линзы большем фокусного помещен точечный источник света. Диаметр светового пятна на экране равен *D'*. Определите фокусное расстояние линзы.

Возможное решение. Рассмотрим чертеж. Из чертежа из подобия треугольников, образованных лучом и главной и побочной осями, видно, что

$$\frac{f}{r} = \frac{F + f}{r'}.$$



Используя уравнение для тонкой линзы, получим:

$$F = \frac{d(D' - 2D)}{D}.$$

Ответ: $F = \frac{d(D'-2D)}{D}$.

Критерии оценивания

Выполнение	Балл
Участник не приступал к заданию или выполнил его с самого начала неверно	**0**
Построен чертеж	**1**
Рассмотрены подобные треугольники	**2**
Произведены необходимые преобразования и получен ответ	**1**
Всего баллов	**4**