

Физика. 10 класс.

Вариант 5

1. (6 баллов) Два одинаковых маленьких шарика движутся вдоль одной вертикали. Первый шарик подброшен с поверхности Земли с начальной скоростью $V_0 = 8$ м/с, второй шарик одновременно с запуском первого брошен вниз с начальной скоростью $u = 2$ м/с с высоты $H = 5$ м. В точке встречи происходит абсолютно упругий удар. Шарика продолжают движение. При отскоке первого шарика от поверхности Земли его механическая энергия уменьшается в $k = 1,21$ раза. Определите высоту, на которой произошло второе соударение шариков. Считайте, что значение ускорения свободного падения $g = 10$ м/с².

Возможное решение. При всех расчетах примем, что вертикальная ось координат направлена вверх. Запишем уравнения для первого и второго шариков для движения до соударения:

$$h_1 = V_0 \tau_1 - \frac{g \tau_1^2}{2}$$
$$h_1 = H - u \tau_1 - \frac{g \tau_1^2}{2}.$$

Здесь h_1 – высота, на которой столкнулись шарика, τ_1 – время полета шариков до столкновения, g – ускорение свободного падения. Из этих уравнений следует, что

$$\tau_1 = \frac{H}{V_0 + u}.$$

Высота, на которой столкнулись шарика, равна

$$h_1 = H \frac{V_0}{V_0 + u} - \frac{g}{2} \left(\frac{H}{V_0 + u} \right)^2 = 2,75 \text{ м}.$$

На этой высоте проекции скоростей шариков определяются как

$$V_{11} = V_0 - g \tau_1 = V_0 - \frac{gH}{V_0 + u}.$$
$$V_{21} = -u - g \tau_1 = -u - \frac{gH}{V_0 + u}.$$

Соударение шариков абсолютно упругое, поэтому проекции их скоростей после соударения по законам сохранения импульса и механической энергии с учетом равенства масс шариков определяются как

$$V'_{11} = V_{21} = -u - \frac{gH}{V_0 + u}.$$
$$V'_{21} = V_{11} = V_0 - \frac{gH}{V_0 + u} = 3 \text{ м/с}.$$

Заметим, что дальнейшие преобразования, проводимые в общем виде, требуют излишне трудоемких операций, поэтому будем поводить численные расчеты.

Модуль скорости первого шарика у поверхности рассчитывается по закону сохранения механической энергии и будет равен

$$V_{11}'' = \sqrt{u^2 + 2gH} \approx 10,2 \text{ м/с}.$$

Время полета первого шарика от точки соударения до поверхности определяется из уравнения

$$V_{11}'' = V_{11}' + g\tau_1'.$$

Подставив в это уравнение рассчитанные ранее элементы, получим:

$$\tau_1' = \frac{\sqrt{u^2 + 2gH} - u}{g} - \frac{H}{V_0 + u} \approx 0,32 \text{ с}.$$

Проекция скорости второго шарика в момент времени, когда первый шарик коснется поверхности, будет равна

$$V_{22} = V_{21}' - g\tau_1' = V_0 + u - \sqrt{u^2 + 2gH} \approx -0,2 \frac{\text{м}}{\text{с}}.$$

Высота, на которой будет находиться второй шарик в момент времени, когда первый шарик коснется поверхности, будет равна

$$h_1' = h_1 + V_{21}'\tau_1' - \frac{g\tau_1'^2}{2} \approx 3,2 \text{ м}.$$

Скорость первого шарика сразу после отскока будет равна

$$V_{12} = \frac{V_{11}''}{\sqrt{k}} \approx 9,27 \frac{\text{м}}{\text{с}}.$$

Искомое время полета первого шарика от отскока от поверхности Земли до второго соударения с другим шариком будет равно

$$\tau_2 = \frac{h_1'}{V_{12} + |V_{22}|} \approx 0,34 \text{ с}.$$

За это время первый шарик поднимется на высоту

$$h_2 = V_{12}\tau_2 - \frac{g\tau_2^2}{2} \approx 2,58 \text{ м}.$$

Ответ: $h_2 \approx 2,58 \text{ м}.$

Критерии оценивания

Выполнение	Балл
Участник не приступал к заданию или выполнил его с самого начала неверно	0
Записано выражение для высоты столкновения шариков	1

Записано выражение для скоростей шариков после столкновения	1
Записано выражение для расчета времени полета	1
Записаны выражения для расчета начальных высот и скоростей для второго столкновения	1
Произведены необходимые преобразования и получен окончательный ответ	2
Всего баллов	6

2. (4 балла) Кубический бак с жесткими стенками, длина ребра которого составляет $a = 2$ м, разделяется тонким легким недеформируемым поршнем, перемещающимся в вертикальном направлении без трения. Первоначально бак полностью заполнен водой. В пространство над поршнем закачивают аргон, в результате поршень сдвинулся на расстояние $\Delta h = 1,5$ мм. Какова плотность аргона, находящегося в пространстве между верхней стенкой бака и поршнем? Температуры аргона и воды одинаковы, постоянны и равны $t = 27$ °С. Молярная масса аргона $\mu = 40$ г/моль, значение универсальной газовой постоянной $R = 8,31$ Дж/(К·моль). Сжимаемость воды (относительное изменение объема при изотермическом увеличении давления) составляет $\varepsilon = 5 \cdot 10^{-10}$ Па⁻¹. Считайте аргон идеальным газом.



Возможное решение. При движении поршня относительное изменение объема воды составляет

$$\delta = \frac{a^2 \Delta h}{a^3} = \frac{\Delta h}{a}.$$

Начальное давление воды на верхнюю крышку отсутствует, по окончании заполнения аргоном пространства над поршнем давление там составит

$$p = \frac{\delta}{\varepsilon} = \frac{\Delta h}{a\varepsilon}.$$

Воспользовавшись уравнением Клапейрона – Менделеева, для массы гелия получим:

$$m = \frac{\mu p V'}{RT} = \frac{\mu a (\Delta h)^2}{\varepsilon RT}.$$

Плотность аргона составит

$$\rho = \frac{m}{a^2 \Delta h} = \frac{\mu \Delta h}{a \varepsilon RT} \approx 24 \text{ кг/м}^3.$$

Ответ: $\rho = \frac{\mu \Delta h}{a \varepsilon RT} \approx 24 \frac{\text{кг}}{\text{м}^3}.$

Критерии оценивания

Выполнение	Балл
Участник не приступал к заданию или выполнил его с самого начала неверно	0
Получено выражение для относительного изменения объема	1
Получено выражение для давления	1
Получен ответ в общем виде	1
Получен окончательный ответ в виде числа	1
Всего баллов	4

3. (6 баллов) В горизонтальном неподвижном цилиндрическом сосуде, закрытом поршнем массой M , находится газ. Газ нагревают в течение времени τ , при этом поршень двигается из состояния покоя равноускоренно с ускорением a . Найдите среднюю мощность нагревателя. Внутренняя энергия одного моля газа равна $U = cT$. Теплоемкостью сосуда и поршня пренебречь. С внешней стороны поршня вакуум.

Возможное решение. Поскольку поршень движется равноускоренно, то процесс изобарный. В соответствии с первым началом термодинамики

$$Q = p\Delta V + \nu c\Delta T.$$

Здесь p – давление газа, V – его объем, ν – количество вещества газа. В соответствии с уравнением Клапейрона-Менделеева

$$p\Delta V = \nu R\Delta T.$$

По теореме об изменении кинетической энергии

$$p\Delta V = \frac{M(a\tau)^2}{2}.$$

Значит,

$$\nu\Delta T = \frac{M(a\tau)^2}{2R}.$$

Количество переданной теплоты:

$$Q = \frac{M(a\tau)^2}{2} + \frac{cM(a\tau)^2}{2R} = \frac{M(a\tau)^2}{2} \left(1 + \frac{c}{R}\right).$$

В окончательной форме получаем

$$P = \frac{Q}{\tau} = \frac{Ma^2\tau}{2} \left(1 + \frac{c}{R}\right)$$

$$\text{Ответ: } P = \frac{Ma^2\tau}{2} \left(1 + \frac{c}{R}\right).$$

Критерии оценивания

Выполнение	Балл
------------	------

Участник не приступал к заданию или выполнил его с самого начала неверно	0
Записано выражение для первого начала термодинамики	1
Записано уравнение Клапейрона – Менделеева	1
Записана теорема об изменении кинетической энергии	2
Произведены необходимые преобразования, получен окончательный ответ	2
Всего баллов	6

4. (4 балла) При движении в воздухе на мяч действует сила сопротивления, пропорциональная квадрату скорости. Непосредственно перед ударом волейболиста мяч летел горизонтально, имея ускорение a_1 . После удара мяч полетел вертикально вверх с ускорением a_2 . Определите отношение скоростей мяча после и до удара.

Возможное решение. Запишем уравнение связи ускорения мяча и его скорости в горизонтальном движении:

$$a_1 = \frac{F_1}{m} = \frac{kV_1^2}{m}.$$

Здесь F_1 – сила сопротивления, m – масса мяча, k – коэффициент пропорциональности. После удара мяч полетел вверх, на него действуют силы тяжести и сопротивления, направленные вниз. Его ускорение при этом будет равно

$$a_2 = \frac{kV_2^2 + mg}{m} = \frac{\frac{ma_1}{V_1^2} V_2^2 + mg}{m} = a_1 \left(\frac{V_2}{V_1} \right)^2 + g.$$

Для отношения скоростей получаем

$$\frac{V_2}{V_1} = \sqrt{\frac{a_2 - g}{a_1}}.$$

Ответ: $\frac{V_2}{V_1} = \sqrt{\frac{a_2 - g}{a_1}}$

Критерии оценивания

Выполнение	Балл
Участник не приступал к заданию или выполнил его с самого начала неверно	0
Записано выражение для ускорения в горизонтальном полете	1
Записано выражение для ускорения в вертикальном полете	1
Произведены необходимые преобразования и получен ответ	2
Всего баллов	4

5. (6 баллов) Проводящая сфера имеет заряд Q . Давление на поверхность сферы, обусловленное взаимодействием зарядов, равно p . Определите радиус сферы.

Указание. Площадь сферы равна $4\pi R^2$.

Возможное решение. Выделим на поверхности сферы малый элемент площадью ΔS . Заряд этого элемента равен

$$\Delta Q = \frac{Q \Delta S}{4\pi R^2}.$$

Поскольку элемент малый, его кривизной можно пренебречь, считая его участком плоскости. Напряженность электрического поля, создаваемая зарядом этого элемента, равна

$$E_1 = \frac{\Delta Q}{2\varepsilon_0 \Delta S} = \frac{Q}{8\pi\varepsilon_0 R^2} = \frac{Q}{4\pi R^2} \cdot \frac{1}{2\varepsilon_0}.$$

Напряженность поля, создаваемая вблизи поверхности сферы всем зарядом сферы, равна

$$E = \frac{Q}{4\pi R^2} \cdot \frac{1}{\varepsilon_0}.$$

Значит, вклад поля всех зарядов сферы за вычетом заряда ΔQ в суммарную напряженность поля равен

$$E_2 = E_1 = \frac{Q}{4\pi R^2} \cdot \frac{1}{2\varepsilon_0}.$$

Сила, с которой поле всех зарядов сферы за вычетом заряда ΔQ действует на заряд ΔQ , равна

$$F = E_2 \Delta Q = \frac{Q}{4\pi R^2} \cdot \frac{1}{2\varepsilon_0} \cdot \frac{Q \Delta S}{4\pi R^2},$$

а давление на малый элемент

$$p = \frac{Q^2}{32\varepsilon_0 \pi^2 R^4}.$$

Радиус сферы равен

$$R = \sqrt[4]{\frac{Q^2}{32\varepsilon_0 \pi^2 p}}.$$

$$\text{Ответ: } R = \sqrt[4]{\frac{Q^2}{32\varepsilon_0 \pi^2 p}}$$

Критерии оценивания

Выполнение	Балл
Участник не приступал к заданию или выполнил его с самого начала неверно	0
Определен заряд элемента сферы	1
Записаны выражения для напряженностей E_1 и E_2	2
Записаны выражение для силы взаимодействия и давления	2
Произведены необходимые преобразования и получен ответ	1
Всего баллов	6

6. (4 балла) За рассеивающей тонкой линзой с фокусным расстоянием F и диаметром D в ее фокусе перпендикулярно ее оптической оси расположен плоский экран. Перед линзой на главной оптической оси на расстоянии $d > F$ от линзы помещен точечный источник света. Определите диаметр светового пятна на экране.

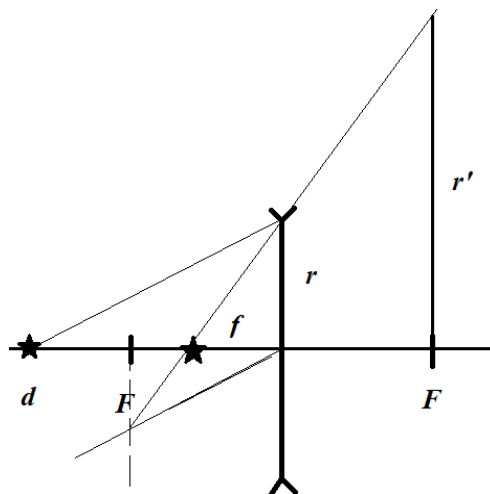
Возможное решение. Рассмотрим чертеж. Из чертежа из подобия треугольников, образованных лучом и главной и побочной осями, видно, что

$$\frac{f}{r} = \frac{F + f}{r'}.$$

Используя уравнение для тонкой линзы, получим:

$$D' = D \left(\frac{F}{d} + 2 \right).$$

Ответ: $D' = D \left(\frac{F}{d} + 2 \right).$



Критерии оценивания

Выполнение	Балл
Участник не приступал к заданию или выполнил его с самого начала неверно	0
Построен чертеж	1
Рассмотрены подобные треугольники	2
Произведены необходимые преобразования и получен ответ	1
Всего баллов	4