

## 10 класс

### Вариант 1

**1. (6 баллов)** Два одинаковых маленьких шарика движутся вдоль одной вертикали. Первый шарик подброшен с поверхности Земли с начальной скоростью  $V_0$ , второй шарик одновременно с запуском первого подброшен вверх с начальной скоростью  $u$  с высоты  $H$ . В точке встречи происходит абсолютно упругий удар. Определите время полета первого шарика от столкновения до падения на Землю. Считайте, что

$$V_0 > \sqrt{gH} > u,$$

где  $g$  – ускорение свободного падения.

**Возможное решение.** Запишем уравнения для первого и второго шариков для движения до соударения:

$$h_1 = V_0 \tau_1 - \frac{g \tau_1^2}{2}$$

$$h_1 = H - u \tau_1 - \frac{g \tau_1^2}{2}.$$

Здесь  $h_1$  – высота, на которой столкнулись шарики,  $\tau_1$  – время полета шариков до столкновения,  $g$  – ускорение свободного падения. Из этих уравнений следует, что

$$\tau_1 = \frac{H}{V_0 + u}.$$

Высота, на которой столкнулись шарики, равна

$$h_1 = H \frac{V_0}{V_0 + u} - \frac{g}{2} \left( \frac{H}{V_0 + u} \right)^2$$

На этой высоте проекции скоростей шариков определяются как

$$V_{11} = V_0 - g \tau_1 = V_0 - \frac{gH}{V_0 + u}.$$

$$V_{21} = -u - g \tau_1 = -u - \frac{gH}{V_0 + u}.$$

Соударение шариков абсолютно упругое, поэтому проекция скорости первого шарика после соударения по законам сохранения импульса и механической энергии с учетом равенства масс шариков определяется как

$$V'_{11} = V_{21} = -u - \frac{gH}{V_0 + u}.$$

Модуль скорости первого шарика у поверхности рассчитывается по закону сохранения механической энергии и будет равен

$$V_{11}'' = \sqrt{u^2 + 2gH}.$$

Время полета первого шарика от точки соударения до поверхности определяется из уравнения

$$V_{11}'' = V_{11}' + g\tau_1'.$$

Подставив в это уравнение рассчитанные ранее элементы, получим:

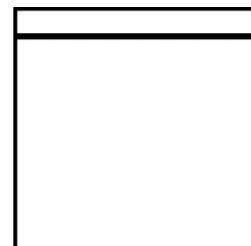
$$\tau_1' = \frac{\sqrt{u^2 + 2gH} - u}{g} - \frac{H}{V_0 + u}.$$

**Ответ:**  $\tau_1' = \frac{\sqrt{u^2 + 2gH} - u}{g} - \frac{H}{V_0 + u}.$

### Критерии оценивания

Выполнение	Балл
Участник не приступал к заданию или выполнил его с самого начала неверно	0
Записано выражение для высоты столкновения шариков	2
Записано выражение для скорости первого шарика после столкновения	2
Записано выражение для расчета времени полета	1
Произведены необходимые преобразования и получен окончательный ответ	1
<b>Всего баллов</b>	<b>6</b>

**2. (4 балла)** Кубический бак с жесткими стенками, длина ребра которого составляет  $a = 1$  м, разделяется тонким легким недеформируемым поршнем, перемещающимся в вертикальном направлении без трения. Первоначально бак полностью заполнен водой массой  $M = 1000$  кг. Какую массу гелия нужно закачать в пространство над поршнем, чтобы поршень сдвинулся на расстояние  $\Delta h = 1$  мм? Температуры гелия и воды одинаковы, постоянны и равны  $t = 27$  °С. Молярная масса гелия  $\mu = 4$  г/моль, значение универсальной газовой постоянной  $R = 8,31$  Дж/(К·моль). Сжимаемость воды (относительное изменение объема при изотермическом увеличении давления) составляет  $\varepsilon = 5 \cdot 10^{-10}$  Па<sup>-1</sup>.



**Возможное решение.** При движении поршня относительное изменение объема воды составляет

$$\delta = \frac{a^2 \Delta h}{a^3} = \frac{\Delta h}{a}.$$

Начальное давление воды на верхнюю крышку отсутствует, по окончании заполнения гелием пространства над поршнем давление там составит

$$p = \frac{\delta}{\varepsilon} = \frac{\Delta h}{a\varepsilon}.$$

Воспользовавшись уравнением Клапейрона – Менделеева, для массы гелия получим:

$$m = \frac{\mu p V'}{RT} = \frac{\mu a (\Delta h)^2}{\varepsilon RT} \approx 3,2 \text{ г.}$$

**Ответ:**  $m = \frac{\mu a (\Delta h)^2}{\varepsilon RT} \approx 3,2 \text{ г.}$

### Критерии оценивания

Выполнение	Балл
Участник не приступал к заданию или выполнил его с самого начала неверно	<b>0</b>
Получено выражение для относительного изменения объема	<b>1</b>
Получено выражение для давления	<b>1</b>
Получен ответ в общем виде	<b>1</b>
Получен окончательный ответ в виде числа	<b>1</b>
<b>Всего баллов</b>	<b>4</b>

**3. (6 баллов)** В горизонтальном неподвижном цилиндрическом сосуде, закрытом поршнем массой  $M$ , находится газ. Газ нагревают, при этом поршень движется из состояния покоя равноускоренно с ускорением  $a$ . Найдите количество теплоты, сообщенное газу за промежуток времени  $\tau$ . Внутренняя энергия одного моля газа пропорциональна абсолютной температуре  $U = cT$ . Теплоемкостью сосуда и поршня пренебречь. С внешней стороны поршня вакуум.

**Возможное решение.** Поскольку поршень движется равноускоренно, то процесс изобарный. В соответствии с первым началом термодинамики

$$Q = p\Delta V + \nu c\Delta T.$$

Здесь  $p$  – давление газа,  $V$  – его объем,  $\nu$  – количество вещества газа. В соответствии с уравнением Клапейрона-Менделеева

$$p\Delta V = \nu R\Delta T.$$

По теореме об изменении кинетической энергии

$$p\Delta V = \frac{M(a\tau)^2}{2}.$$

Значит,

$$\nu\Delta T = \frac{M(a\tau)^2}{2R}.$$

В окончательной форме получаем

$$Q = \frac{M(a\tau)^2}{2} + \frac{cM(a\tau)^2}{2R} = \frac{M(a\tau)^2}{2} \left(1 + \frac{c}{R}\right).$$

**Ответ:**  $Q = \frac{M(a\tau)^2}{2} \left(1 + \frac{c}{R}\right).$

### Критерии оценивания

Выполнение	Балл
Участник не приступал к заданию или выполнил его с самого начала неверно	0
Записано выражение для первого начала термодинамики	1
Записано уравнение Клапейрона – Менделеева	1
Записана теорема об изменении кинетической энергии	2
Произведены необходимые преобразования, получен окончательный ответ	2
<b>Всего баллов</b>	<b>6</b>

**4. (4 балла)** При движении в воздухе на мяч действует сила сопротивления, пропорциональная квадрату скорости. Непосредственно перед ударом волейболиста мяч летел горизонтально со скоростью  $V_1$  и с ускорением  $a_1$ . После удара мяч полетел вертикально вверх с скоростью  $V_2$ . Определите ускорение мяча непосредственно после удара.

**Возможное решение.** Запишем уравнение связи ускорения мяча и его скорости в горизонтальном движении:

$$a_1 = \frac{F_1}{m} = \frac{kV_1^2}{m}.$$

Здесь  $F_1$  – сила сопротивления,  $m$  – масса мяча,  $k$  – коэффициент пропорциональности. После удара мяч полетел вверх, на него действуют силы тяжести и сопротивления, направленные вниз. Его ускорение при этом будет равно

$$a_2 = \frac{kV_2^2 + mg}{m} = \frac{\frac{ma_1}{V_1^2} V_2^2 + mg}{m} = a_1 \left( \frac{V_2}{V_1} \right)^2 + g.$$

**Ответ:**  $a_2 = a_1 \left( \frac{V_2}{V_1} \right)^2 + g.$

### Критерии оценивания

Выполнение	Балл
Участник не приступал к заданию или выполнил его с самого начала неверно	0
Записано выражение для ускорения в горизонтальном полете	1
Записано выражение для ускорения в вертикальном полете	1
Произведены необходимые преобразования и получен ответ	2
<b>Всего баллов</b>	<b>4</b>

**5. (6 баллов)** В холодильной машине, работающей по обратному циклу Карно, в качестве холодильника используется вода при  $T_x = 273$  К, а в качестве

нагревателя – вода при  $T_n = 373$  К. Сколько воды можно заморозить в холодильнике, если превратить в пар  $m = 200$  г воды в нагревателе? Удельная теплота плавления льда  $\lambda = 3,35 \cdot 10^5$  Дж/кг, удельная теплота парообразования воды  $r = 2,26$  МДж/кг.

**Возможное решение.** Чтобы испарить воду, надо затратить количество теплоты

$$Q_1 = rm.$$

При замерзании выделяется количество теплоты.

$$Q_2 = \lambda m'.$$

Холодильная машина работает по циклу Карно, поэтому

$$\frac{|Q_1| - |Q_2|}{|Q_1|} = 1 - \frac{T_x}{T_r}.$$

Тогда

$$m' = \frac{T_x mr}{T_r \lambda} = 0,988 \text{ кг}.$$

**Ответ:**  $m' = \frac{T_x mr}{T_r \lambda} = 0,988 \text{ кг}.$

**Критерии оценивания**

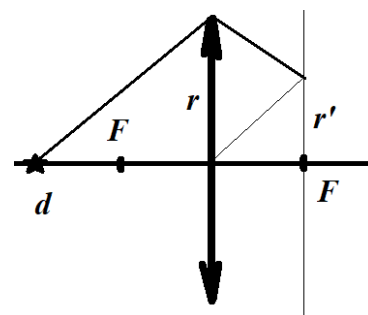
Выполнение	Балл
Участник не приступал к заданию или выполнил его с самого начала неверно	0
Записаны выражения для количеств теплоты (по 1 баллу за каждое)	2
Записано выражение для связи количеств теплоты	2
Произведены необходимые преобразования, получен окончательный ответ	2
<b>Всего баллов</b>	<b>6</b>

**6. (4 балла)** За собирающей тонкой линзой с фокусным расстоянием  $F$  и диаметром  $D$  в ее фокусе перпендикулярно ее оптической оси расположен плоский экран. Перед линзой на главной оптической оси на расстоянии  $d > F$  от линзы помещен точечный источник света. Определите диаметр светового пятна на экране.

**Возможное решение.** Рассмотрим чертеж. Из чертежа из подобия треугольников, образованных лучом и главной и побочной осями, видно, что

$$D' = \frac{FD}{d}.$$

**Ответ:**  $D' = \frac{FD}{d}.$



***Критерии оценивания***

<b>Выполнение</b>	<b>Балл</b>
Участник не приступал к заданию или выполнил его с самого начала неверно	<b>0</b>
Построен чертеж	<b>1</b>
Рассмотрены подобные треугольники	<b>2</b>
Произведены необходимые преобразования и получен ответ	<b>1</b>
<b>Всего баллов</b>	<b>4</b>