

Класс 10 Вариант 22 Дата Олимпиады 10.02.2018

Площадка написания ТИУ

Задача	1	2	3	4	5	6	7	8	9	10	Σ		Подпись
											Цифрой	Прописью	
Оценка	4	0	0	0	8	12	12	0	0	0	36	Тридцать шесть	

① $A = \left(3,018 - \frac{2,4\sqrt{8\frac{1}{3}} - 9\sqrt{\frac{1}{3}} + \sqrt{2\frac{1}{12}} + \frac{1}{2}\sqrt{\frac{1}{3}} - \frac{1}{3}\sqrt{27}}{\frac{1}{3}\sqrt{4\frac{1}{2}} - \sqrt{0,5} + 1,5\sqrt{2} + 20\sqrt{\frac{1}{50}} - \sqrt{32}} \cdot \sqrt{\frac{2}{3}} \right) \cdot (0,1)^3 = 2018$ Лист 1

1) $2,4\sqrt{8\frac{1}{3}} - 9\sqrt{\frac{1}{3}} + \sqrt{2\frac{1}{12}} + \frac{1}{2}\sqrt{\frac{1}{3}} - \frac{1}{3}\sqrt{27} = 2,4\sqrt{\frac{25}{3}} - 9\sqrt{\frac{1}{3}} + \sqrt{\frac{25}{12}} + \frac{1}{2}\sqrt{\frac{1}{3}} - \frac{1}{3}\sqrt{9 \cdot 3} = 2,4 \cdot 5\sqrt{\frac{1}{3}} - 9\sqrt{\frac{1}{3}} + \frac{5}{2}\sqrt{\frac{1}{3}} + \frac{1}{2}\sqrt{\frac{1}{3}} - 3\sqrt{3} = 12\sqrt{\frac{1}{3}} - 9\sqrt{\frac{1}{3}} + 2,5\sqrt{\frac{1}{3}} + 0,5\sqrt{\frac{1}{3}} - 3\sqrt{\frac{9}{3}} = 6\sqrt{\frac{1}{3}} - 3\sqrt{\frac{1}{3}} = 3\sqrt{\frac{1}{3}}$

2) $\frac{1}{3}\sqrt{4\frac{1}{2}} - \sqrt{0,5} + 1,5\sqrt{2} + 20\sqrt{\frac{1}{50}} - \sqrt{32} = \frac{4}{3}\sqrt{\frac{9}{2}} - \sqrt{\frac{1}{2}} + \frac{3}{2} + 1,5\sqrt{2} + 20\sqrt{\frac{2}{100}} - 4\sqrt{2} = 4\sqrt{\frac{1}{2}} - \sqrt{\frac{1}{2}} + 2\sqrt{2} - 2,5\sqrt{2} = 3\sqrt{\frac{1}{2}} - 0,5\sqrt{2} = 3\sqrt{\frac{1}{2}} - 0,5\sqrt{\frac{4}{2}} = 3\sqrt{\frac{1}{2}} - \sqrt{\frac{1}{2}} = 2\sqrt{\frac{1}{2}}$

3) $\frac{3\sqrt{\frac{1}{3}} \cdot \sqrt{\frac{2}{3}}}{2\sqrt{\frac{1}{2}}} = \frac{3}{2} \cdot \sqrt{\frac{1 \cdot 2 \cdot 2}{3 \cdot 3}} = \frac{3 \cdot 2}{2 \cdot 3} = 1$

4) $3,018 - 1 = 2,018$

5) $2,018 \cdot (0,1)^3 = \frac{2,018}{0,1^3} = \frac{2,018}{0,001} = \frac{2018}{1} = 2018$

Ответ: $A = 2018$. +

⑥ Пусть до встречи со вторым велосипедистом ось пролетела x км, а тогда он проехал $(300-x)$ км. Т.к. время их пути одинаково, то составим отношение, выразив время пути

$\frac{x}{27} = \frac{300-x}{25} \Rightarrow 25x = 300 \cdot 27 - 27x$

$52x = 8100 \Rightarrow x = \frac{8100}{52} = 2025 - 155 \frac{10}{13}$

Т.к. скорости велосипедистов равны, то оба проехали
 $300 - 155 \frac{10}{13} = 299 \frac{13}{13} - 155 \frac{10}{13} = 144 \frac{3}{13} \text{ (км)}$

Значит расстояние между осой и первым велосипедистом
 равно $155 \frac{10}{13} - 144 \frac{3}{13} = 11 \frac{7}{13} \text{ (км)}$

Пусть до первого велосипедиста ося пролетела y км,
 а значит ~~до~~ этот велосипедист до места встречи с
 осой проехал $(11 \frac{7}{13} - y)$ км. Т.к. время их пути равно, то
 составим отношение, выразив время пути.

$$\frac{y}{27} = \frac{11 \frac{7}{13} - y}{25} \Rightarrow 25y = \frac{150 \cdot 27}{13} - 27y$$

$$52y = \frac{150 \cdot 27}{13} \Rightarrow y = \frac{150 \cdot 27}{13 \cdot 52} = \frac{75 \cdot 27}{13 \cdot 26} = \frac{3 \cdot 27 \cdot 25}{2 \cdot 13 \cdot 13} = \frac{2025}{338} = 5 \frac{33}{338}$$

7. Дано: $A = 1 \cdot 2 + 2 \cdot 3 + \dots + n(n+1)$, $B = \frac{n(n+1)(n+2)}{3}$, $n \in \mathbb{N}$.

Док-ть: $A = B$

Док-во:

применим ММИ

1) рассмотрим случай при $n=1$:

$$\left. \begin{aligned} A &= 1 \cdot 2 = 2 \\ B &= \frac{1 \cdot 2 \cdot 3}{3} = 2 \end{aligned} \right| \Rightarrow A = B, \text{ при } n=1$$

2) предположим, что утверждение верно для $n=k$, т.е.:

$$1 \cdot 2 + 2 \cdot 3 + \dots + k(k+1) = \frac{k(k+1)(k+2)}{3}$$

3) докажем, что ~~до~~ утвержд. верно для $n=k+1$, т.е.:

$$A = 1 \cdot 2 + 2 \cdot 3 + \dots + (k+1)(k+2) = \frac{(k+1)(k+2)(k+3)}{3} = B$$

Док-во:

$$\begin{aligned} 1 \cdot 2 + 2 \cdot 3 + \dots + k(k+1) + (k+1)(k+2) &= \frac{k(k+1)(k+2)}{3} + (k+1)(k+2) = \frac{k(k+1)(k+2) + 3(k+1)(k+2)}{3} = \\ &= \frac{(k+1)(k+2)(k+3)}{3} \Rightarrow 1 \cdot 2 + 2 \cdot 3 + \dots + (k+1)(k+2) = \frac{(k+1)(k+2)(k+3)}{3} \end{aligned}$$

Т.к. утверждение верно при ~~n=1~~ наименьшем $n=1$, и по предположению, что оно верно при $n=k$, доказано, что оно верно, при $n=k+1$, то оно верно для $\forall n \in \mathbb{N}$. п.т.г.

⑤ Дано: $A = \frac{3-4\cos 2\alpha + \cos 4\alpha}{3+4\cos 2\alpha + \cos 4\alpha}$, $B = \operatorname{tg}^4 \alpha$

Док-тв: $A = B$

Док-во:

$$\begin{aligned}
 1) \quad & 3-4\cos 2\alpha + \cos 4\alpha = 3-4\cos 2\alpha + \cos^2 2\alpha - \sin^2 2\alpha = \\
 & = 3-4\cos 2\alpha + \cos^2 2\alpha - (1-\cos^2 2\alpha) = 3-4\cos 2\alpha + \cos^2 2\alpha + \cos^2 2\alpha - 1 = \\
 & = 2\cos^2 2\alpha - 4\cos 2\alpha + 2 = 2(\cos^2 2\alpha - 2\cos 2\alpha + 1) = 2(\cos 2\alpha - 1)^2 = \\
 & = 2(\cos^2 \alpha - \sin^2 \alpha - (\cos^2 \alpha + \sin^2 \alpha))^2 = 2(\cos^2 \alpha - \sin^2 \alpha - \cos^2 \alpha - \sin^2 \alpha)^2 = \\
 & = 2(-2\sin^2 \alpha)^2 = 2(2\sin^2 \alpha)^2 = 8(\sin^2 \alpha)^2 = 8\sin^4 \alpha
 \end{aligned}$$

$$\begin{aligned}
 2) \quad & 3+4\cos 2\alpha + \cos 4\alpha = 3+4\cos 2\alpha + \cos^2 2\alpha - \sin^2 2\alpha = \\
 & = 3+4\cos 2\alpha + \cos^2 2\alpha - (1-\cos^2 2\alpha) = 3+4\cos 2\alpha + \cos^2 2\alpha - 1 + \cos^2 2\alpha = \\
 & = 2\cos^2 2\alpha + 4\cos 2\alpha + 2 = 2(\cos^2 2\alpha + 2\cos 2\alpha + 1) = 2(\cos 2\alpha + 1)^2 = \\
 & = 2(\cos^2 \alpha - \sin^2 \alpha + \cos^2 \alpha + \sin^2 \alpha)^2 = 2(2\cos^2 \alpha)^2 = 8(\cos^2 \alpha)^2 = 8\cos^4 \alpha
 \end{aligned}$$

3) $\frac{8\sin^4 \alpha}{8\cos^4 \alpha} = \operatorname{tg}^4 \alpha$ ч.т.г.

+

⑧ $\begin{cases} x^2 - 6y^2 - xy - 2x + 11y = 3, \\ x^2 + y^2 = 5. \end{cases}$

$$x^2 - 6y^2 - xy - 2x + 11y = 3$$

$$(x^2 + 9y^2 - 6xy) - 15y^2 + 5xy - 2x + 11y = 3$$

$$3y(3y-x)^2 - 5y(3y-x) + 2(3y-x) + 5y = 3$$

$$(3y-x)(3y-x-5y+2) + 5y = 3$$

$$-(3y-x)(2y+x+2) + 5y = 3$$



$$(ab)c = a(bc)$$

$$E = mc^2$$



ШИФР

25000

Лист 4

6) 1) $\frac{300}{50} = 6$ (ч.) - время пути каждого велосипедиста до места встречи.

2) $\frac{300}{52} = \frac{75}{13} = 5\frac{10}{13}$ (ч.) - время полета осы до места встречи со вторым велосипедистом

3) $5\frac{10}{13} \cdot 27 = \frac{75 \cdot 27}{13} = 155\frac{10}{13}$ (км) - длина полета осы до места встречи со вторым велосипедистом.

4) $6 - 5\frac{10}{13} = 5\frac{13}{13} - 5\frac{10}{13} = \frac{3}{13}$ (ч.) - оставшееся время полета осы до того, как велосипедисты встретятся.

5) $\frac{3}{13} \cdot 27 = \frac{81}{13} = 6\frac{3}{13}$ (км) - длина полета осы до того, как велосипедисты встретились

6) $155\frac{10}{13} + 6\frac{3}{13} = 162$ (км) - длина всего полета осы

Ответ: оса пролетела 162 км. +

10) Дано: $z = \sqrt{x^2 + (y-4)^2} - \sqrt{y^2 + (x-3)^2}$

Найти: ~~z~~ зна. x, y | z макс

Решение:

2) 1) $100^\circ\text{C} = 80^\circ\text{R} \quad | : 100$

$$1^\circ\text{C} = 0,8^\circ\text{R}$$

2) $100^\circ\text{C} = 212^\circ\text{F} \quad | : 100$

$$1^\circ\text{C} = 2,2^\circ\text{F}$$

3) ~~$x^\circ\text{C} = x^\circ\text{F}$~~

3) ~~$21,2^\circ\text{F} = 0,8^\circ\text{R}$~~ $21,2^\circ\text{F} = 0,8^\circ\text{R} \quad | \cdot \frac{10}{8}$

$$21,2^\circ\text{F} = 8^\circ\text{R} \quad | : 21,2$$

$$1^\circ\text{F} = \frac{8}{21,2}^\circ\text{R}$$

4) $x^\circ\text{C} = x^\circ\text{F}$

$$x \cdot 0,8^\circ\text{C} = x \cdot \frac{8}{21,2}^\circ\text{R}$$