

ШИФР 31389

Класс 11 Вариант 11 Дата Олимпиады 10.02.2018

Площадка написания МГТУ им. Н.Э. Баумана

Задача	1	2	3	4	5	6	7	8	9	10	Σ		Подпись
											Цифрой	Прописью	
Оценка	1	4	2	8	8	12	12	0	0	1	48	сорок восемь	Кеел

1. $A = \frac{2^{-2} + 2018^0}{\left(\frac{1}{2}\right)^{-2} - 5(-2)^{-2} + \left(\frac{2}{3}\right)^{-2}} + 4.75 = \frac{\frac{1}{4}}{1 - \frac{5}{4} + \frac{9}{4}} + 4\frac{3}{4} = \frac{1}{20} + \frac{19}{4} = \frac{81}{20}$

$0.6A = \frac{81 \cdot 6}{20 \cdot 10} = 2.43$ Ответ: 2.43

2. Имена: x , x
 Рост: y , $\frac{5x}{2}$
 Пункты: z , $\frac{x}{2}$
 Парушек: t , $\frac{3x}{4}$

По условию: $x:y:z = \frac{1}{5}:\frac{1}{2}:\frac{1}{10} \Rightarrow \frac{x}{y} = \frac{2}{5} \Rightarrow y = \frac{5x}{2}$
 $\frac{x}{z} = \frac{10}{5} \Rightarrow z = \frac{x}{2}$
 По условию: $t = \frac{3}{10} \cdot y = \frac{3}{10} \cdot \frac{5x}{2} = \frac{3x}{4}$
 $y = x + z + t + 8 \Rightarrow$

1. $\frac{5x}{2} = x + \frac{x}{2} + \frac{3x}{4} + 8$
 $\frac{x}{4} = 8 \Rightarrow x = 32$

2. $y = \frac{5x}{2} = 80$
 3. $z = \frac{x}{2} = 16$
 4. $t = \frac{3x}{4} = 24$

Ответ: Имена - 32 пары чл.
 Рост - 80 км/ч.
 Пункты - 16 км/ч.
 Парушек - 24 км/ч.

3. $R = 258 \text{ м}$
 $r \geq 12 \text{ м}$

Докум. 200 $n \leq 2018$



Для наибольшего результата дерева стоит разместить и.т.ф. треугольник, со стороной $n=12$, т.е. Δ тогда точка, вписанная в круг, будет являться и-угольником, площадь которого будет суммой площадей маленьких треугольников, т.е.

$S_{\Delta} > n \cdot \frac{a^2 \sqrt{3}}{4}$, где n -число треугольников. т.е. $S_{\Delta} \leq S_{\text{кр}} = \pi R^2 = 3.14 \cdot 258^2 \Rightarrow$

$n \leq \frac{S_{\text{кр}} \cdot 4}{a^2 \sqrt{3}} = \frac{3.14 \cdot 258^2 \cdot 4}{2 \cdot 12 \cdot \sqrt{3}} \approx 1849.13 \approx 2588.6 \Rightarrow n \leq 2588.6$

За 1 дерево отлагает 6 кг/ч (не берем в расчет) $1 \Rightarrow n \leq \frac{2588.6}{6} \Rightarrow n \leq 2018.2 \Rightarrow n = 2018$

4. $\sqrt{x^3 - 3x + 1} - x = -1$
 $\sqrt{x^3 - 3x + 1} = x - 1$
 $x^3 - 3x + 1 = x^2 - 2x + 1$
 $x(x^2 - x - 1) = 0$
 $x = 0$ $x^2 - x - 1 = 0$
 $x = \frac{1 \pm \sqrt{5}}{2}$

Реш: $\begin{cases} x^3 - 3x + 1 \geq 0 \\ x - 1 \geq 0 \end{cases} \Rightarrow x > 1$

$\begin{cases} x \geq 0 \\ x \geq \frac{1 + \sqrt{5}}{2} \\ x > 1 \end{cases} \Rightarrow x = \frac{1 + \sqrt{5}}{2}$
 Ответ: $x = \frac{1 + \sqrt{5}}{2}$

5. $\frac{\sin^4 \alpha + \cos^4 \alpha - 1}{\sin^6 \alpha + \cos^6 \alpha - 1} = \frac{2}{3}$

$\frac{(\sin^2 \alpha)^2 + \cos^4 \alpha - 1}{(\sin^2 \alpha)^3 + \cos^6 \alpha - 1} = \frac{(1 - \cos^2 \alpha)^2 + \cos^4 \alpha - 1}{(1 - \cos^2 \alpha)^3 + \cos^6 \alpha - 1} = \frac{1 - 2\cos^2 \alpha + \cos^4 \alpha - 1}{1 - 3\cos^2 \alpha + 3\cos^4 \alpha - \cos^6 \alpha - 1}$

$\frac{-2\cos^2 \alpha + \cos^4 \alpha}{-3\cos^2 \alpha + 3\cos^4 \alpha} = \frac{2}{3} \left(\frac{\cos^4 \alpha - \cos^2 \alpha}{\cos^4 \alpha - \cos^2 \alpha} \right) = \frac{2}{3}$

6. 1. Два движется навстречу: $\overline{t} = 13 \frac{1}{3} \text{ км}$
 $\overline{v} = 5 \frac{5}{9} \text{ км}$

$t = \frac{10}{9} \text{ ч.}$
 $S = \frac{10}{9} \cdot 12 = \frac{40}{3} = 13 \frac{1}{3}$

2. Два движется в одну сторону:

Вам можно найти время, через которое 2 машины встретятся.
 $10 + 3 \cdot x = 5 \cdot x \Rightarrow x = 5 \Rightarrow 5 \text{ часов}$ путешественники не могут ехать
 друг друга, и факто стороны времени, оба движется в одну сторону.
 со скоростью 12 км/ч . $\Rightarrow S = 12 \cdot 5 = 60 \text{ км}$.

Ответ: 60 км.

ШИФР

31389

$$7. \sqrt{8x-x^2-7} - \sqrt{11-x} \geq \sqrt{9x-x^2-18}$$

$$\sqrt{-(x^2-8x+7)} \geq \sqrt{-(x^2-9x+18)} + \sqrt{-(x-11)}$$

$$-x^2+8x-7 \geq -x^2+9x-18 -x+11 + 2\sqrt{(x^2-9x+18)(x-11)}$$

$$2\sqrt{(x^2-9x+18)(x-11)} \leq 0. \Rightarrow \text{т.к. } \sqrt{g} \geq 0, \text{ то}$$

$$2\sqrt{(x^2-9x+18)(x-11)} = 0.$$

$$\begin{cases} X=11 \\ X=3 \\ X=6 \end{cases} \Rightarrow X \in [3, 6]$$

Ответ: $x \in [3, 6]$.

$$8. \begin{cases} \sin x = \frac{1}{\sin x} = \sin y \\ \cos x = \frac{1}{\cos x} = \cos y \end{cases} \Leftrightarrow \begin{cases} \frac{\sin^2 x - 1}{\sin x} = \sin y \\ \frac{\cos^2 x - 1}{\cos x} = \cos y \end{cases} \Rightarrow$$

$$\text{или: } \sin x \neq 0, \cos x \neq 0.$$

$$\sin y = \pm \sqrt{1 - \frac{\cos^2 x - 1}{\cos^2 x}} = \pm \frac{1}{\cos x} \Rightarrow \frac{\sin^2 x - 1}{\sin x} = \pm \frac{1}{\cos x} \Rightarrow ?$$

$$\frac{\cos^2 x}{\sin x} = \pm \frac{1}{\cos x} \Rightarrow \pm \frac{1}{\cos^2 x} = \frac{\cos x}{\sin x} \Rightarrow$$

$$1 + \tan^2 x = \frac{1}{\tan x} \quad ; \quad \tan x \neq 0$$

$$\tan^3 x + \tan x - 1 = 0.$$

12

6



ШИФР

31389

$$(ab)c = a(bc)$$

$$E = mc^2$$



10. $(4-2a)x^2 + (13a-27)x + 33-13a > 0$. Для любых $a \in (1; 4)$.

$$D = (13a-27)^2 - 8(33-13a)(2-a) = 169a^2 - 662a + 729 - 104a^2 + 472a - 512 =$$

$$65a^2 - 190a + 601 = 0.$$

$$D_2 = 95^2 - 4 \cdot 65 \cdot 601 = 95^2 - 156130 = 9025 - 156130 = -147105 < 0$$

$$\left. \begin{array}{l} D > 0 \\ D_2 < 0 \end{array} \right\} \Rightarrow D > 0 \text{ и.т.д. } 65a^2 - 190a + 601 > 0$$

$$x_{1,2} = \frac{-13a + 27 \pm \sqrt{65a^2 - 190a + 601}}{(4-2a) \cdot 2}$$

$$\begin{aligned} & \Rightarrow x > \frac{-13a + 27 + \sqrt{65a^2 - 190a + 601}}{(4-2a) \cdot 2} \\ & \quad \quad \quad x < \frac{-13a + 27 - \sqrt{65a^2 - 190a + 601}}{(4-2a) \cdot 2} \end{aligned}$$

1