



ОТРАСЛЕВАЯ
ОЛИМПИАДА
ШКОЛЬНИКОВ

ШИФР

117164

1 2 3 4 5 6 7 8 9

Бланк олимпиадной работы

Класс 11 Вариант 22 Дата Олимпиады 12.02.2023

Площадка написания УГТУ - УХТА

ОЦЕНКА

(заполняется проверяющим)

Задача	1	2	3	4	5	6	7	8	9	10	Σ		Подпись
											Цифрой	Прописью	
Оценка	0	0	-	-	-	0	-	-	-	-	0	ноль	Анон

$$\textcircled{1}. \frac{a^{12} + 4096}{64a^6} = \frac{a^{12}}{64a^6} + \frac{4096}{64a^6} = \frac{a^6}{64} + \frac{64}{a^6} = \left(\frac{a}{2}\right)^6 + \left(\frac{2}{a}\right)^6$$

$$= \left(\frac{a^2 + 4}{2a}\right)^6 : 64a^6 \neq 0, a \neq 0$$

$$\bullet \frac{a}{2} - \frac{2}{a} = 3$$

$$a^2 - 6a - 4 = 0$$

$$D = 36 - 4 \cdot (-4) = 52$$

$$a_1 = \frac{6 + \sqrt{52}}{2} = 3 + \sqrt{13}$$

$$a_2 = 3 - \sqrt{13}$$

$$\bullet \left(\frac{(3 + \sqrt{13})^2 + 4}{2(3 + \sqrt{13})} \right)^6$$

или

$$\left(\frac{(3 - \sqrt{13})^2 + 4}{2(3 - \sqrt{13})} \right)^6$$

$$\left(\frac{9 + 6\sqrt{13} + 13 + 4}{6 + 2\sqrt{13}} \right)^6$$

или

$$\left(\frac{9 - 6\sqrt{13} + 13 + 4}{6 - 2\sqrt{13}} \right)^6$$

$$\left(\frac{26 + 6\sqrt{13}}{2\sqrt{13} + 6} \right)^6$$

или

$$\left(\frac{26 - 6\sqrt{13}}{6 - 2\sqrt{13}} \right)^6$$

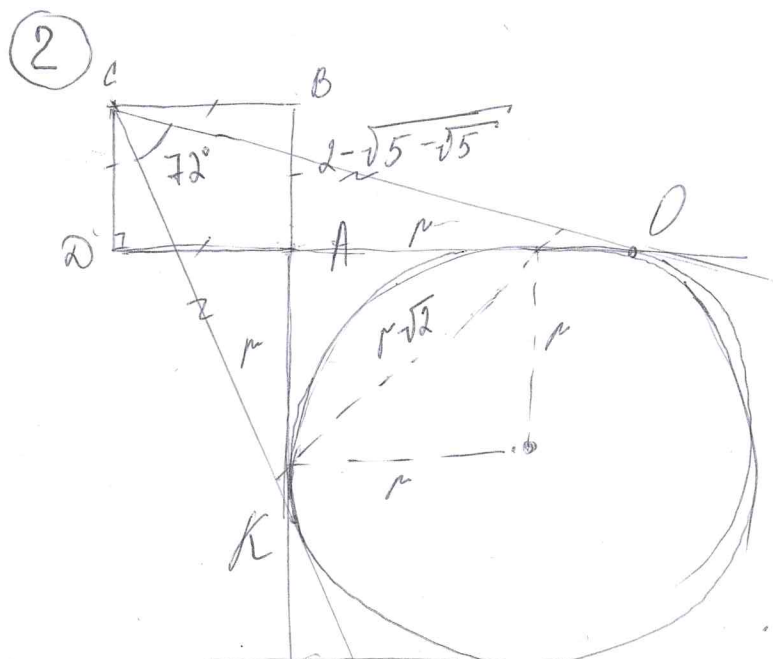
$$\left(\frac{29}{6} \right)^6$$

$$\left(\frac{23}{6} \right)^6$$

Лист 1 из 3

Ответ: $\left(\frac{29}{6}\right)^6; \left(\frac{23}{6}\right)^6$

Бланк олимпиадной работы



Дано:

$ABCD$ - квадрат

$\angle OCK = 72^\circ$

$a_{ABCD} = 2 - \sqrt{5 - \sqrt{5}}$

OC и CK - касательные

$\sin 36^\circ = \frac{\sqrt{5 - \sqrt{5}}}{2\sqrt{2}}$

Найти: $r = ?$

Решение:

$$\sin 72^\circ = \sin 2 \cdot 36^\circ = 2 \cos 36^\circ \cdot \sin 36^\circ$$

$$= 2 \cdot \left(1 - \left(\frac{\sqrt{5 - \sqrt{5}}}{2\sqrt{2}} \right)^2 \right) \cdot \frac{\sqrt{5 - \sqrt{5}}}{2\sqrt{2}} = \frac{\sqrt{4 - 5 + \sqrt{5}}}{\sqrt{2}} \cdot \frac{\sqrt{5 - \sqrt{5}}}{\sqrt{2}} = \frac{\sqrt{-1 + \sqrt{5}}}{2} \cdot \frac{\sqrt{5 - \sqrt{5}}}{\sqrt{2}}$$

$$\cos 76^\circ = \sqrt{1 - \left(\left(\frac{\sqrt{5 - 1}}{2} \right) \cdot \left(\frac{\sqrt{5 - \sqrt{5}}}{\sqrt{2}} \right) \right)^2}$$

По теореме косинусов: $OC = CK \Rightarrow \triangle OKC$ - равнобедренный

$$(r\sqrt{2})^2 = 2(2 - \sqrt{5 - \sqrt{5}} + r)^2 - 2(2 - \sqrt{5 - \sqrt{5}} + r)^2 \cdot \cos 76^\circ$$

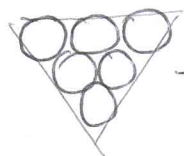
$$2r^2 = \sqrt{1 - \left(\left(\frac{\sqrt{5 - 1}}{2} \right) \cdot \left(\frac{\sqrt{5 - \sqrt{5}}}{\sqrt{2}} \right) \right)^2}$$

$$r = \frac{\sqrt[4]{1 - \left(\left(\frac{\sqrt{5 - 1}}{2} \right) \cdot \left(\frac{\sqrt{5 - \sqrt{5}}}{\sqrt{2}} \right) \right)^2}}{2}$$

Ответ: $\frac{\sqrt[4]{1 - \left(\left(\frac{\sqrt{5 - 1}}{2} \right) \cdot \left(\frac{\sqrt{5 - \sqrt{5}}}{\sqrt{2}} \right) \right)^2}}{2}$

Бланк олимпиадной работы

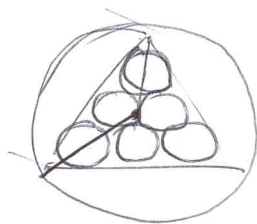
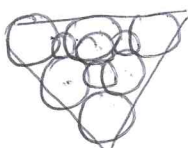
⑥ Имея 10 шаров одинакового диаметра.



- 6 шаров в основании

88 - 3 ш. 2 ярус

0 - 1 шар на вершине



Радиус описанной сферы =
 $= 5\sqrt{2} + 5 =$
 $\Rightarrow$ Перестановкой шаров

Решая вис в пирамиду =

$$= 2R_{шара} = \frac{5\sqrt{2} + 5}{2}$$

Ответ: $\frac{5\sqrt{2} + 5}{2}$



$$R_{сферы} = 5\sqrt{2} + 5 \Rightarrow 4R_{шара} = R_{сферы}$$

$$\Rightarrow R_{шара} = \frac{5\sqrt{2} + 5}{4}$$

05